

Univerzitet u Beogradu

Fizički fakultet

Darko Z. Sarvan

Statističko-mehanička analiza
evolucije nacionalnih tržišta

doktorska disertacija

Beograd, 2019

University of Belgrade

Faculty of Physics

Darko Z. Sarvan

Statistical-mechanical analysis of the
evolution of national markets

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2019

Mentor:

dr Vladimir Miljković
docent
Fizički fakultet
Univerziteta u Beogradu

Članovi komisije:

dr Vladimir Miljković
docent
Fizički fakultet
Univerziteta u Beogradu

dr Milan Knežević
redovni profesor
Fizički fakultet
Univerziteta u Beogradu

dr Đorđe Stratimirović
docent
Stomatološki fakultet
Univerziteta u Beogradu

Sadržaj

Apstrakt	1
Abstract	3
1 Uvod u kompleksne sisteme u ekonomiji i okvir rada disertacije	5
1 Fizika u ekonomiji?	5
1.1 Kratka istorija	5
1.2 Ekonofizika i primena fizike u ekonomiji	6
2 Kompleksni sistemi i stepeni zakoni	8
3 Debeli repovi distribucija u finansijskim podacima	9
4 Berza kao fizički sistem	10
5 Motiv, okvir i struktura disertacije	12
2 Multi-fraktalna analiza	16
1 Samosličnost i fraktali	17
2 Izračunavanje Hurst-ovog eksponenata skaliranja	20
2.1 R/S metoda	20
2.2 DFA metoda	21
2.3 DMA metode	22
3 Određivanje spektra snage i dominantnih energetskih lokacija vremenskih serija - WT metoda	23
4 Određivanje lokalnih Hurst-ovih eksponenata skaliranja -tdDMA metoda	28
3 Analiza i klasifikacija nacionalnih tržišta	31
1 Povezanost osobine skaliranja sa nivoom rasta i zrelosti ekonomije	31
1.1 Podaci	32
1.2 Osobine skaliranja vremenskih serija berzanskih indeksa	33
1.3 Trendovi u skaliranju: ciklusi u podacima berzanskih indeksa	36
1.4 Analiza vremenskih zavisnosti podataka berzanskih indeksa	38
2 Ciklusi u podacima berzanskih indeksa	40
2.1 Proširena baza podataka proučavanih berzanskih indeksa	40
2.2 Vejvlet spektar podataka berzanskih indeksa	41
2.3 Statistička karakterizacija WT spektra podataka berzanskih indeksa	43
3 Hurst-ov prostor	46
3.1 Indeks razvijenosti	49

Zaključak	53
Prilozi	55

Apstrakt

U samom srcu ove disertacije je jedna od modernih oblasti fizike - Ekonofizika. U njoj se primenjuju teorije i metodologije originalno razvijane za potrebe statističke fizike, zajedno sa drugim oblastima koje sadrže nelinearnu dinamiku, u cilju rešavanja problema u ekonomiji.

Fokus istraživanja ove disertacije su finansijske vremenske serije i proučavanja vrednosti indeksa vodećih svetskih berzi. Berzanski indeks je skup akcija i statistike kojima se odražava složena vrednost njegovih komponenti. Vrednost berzanskog indeksa nam daje statistiku koja pokazuje stvarno stanje berze. Vremenska serija tih vrednosti je registar evolucije berze.

Cilj ove disertacije je demonstriranje primene metoda statističke fizike radi proučavanja i upoređivanja kompleksnih ekonomskih sistema i pronalaženja statističkih zakona koji kvantifikuju pravilnosti koje se njihovom primenom dobijaju. U tu svrhu su korišćene kompjuterske tehnike, teoretsko modelovanje kao i empirijsko istraživanje podataka 18 berzanskih indeksa svetskih ekonomija koje se mogu podeliti u tri grupe - nerazvijene (tranzicione) ekonomije, ekonomije u razvoju i razvijene ekonomije. Empirijsko istraživanje je pomoglo u razvijanju nekoliko tehnika i modela koji mogu da pruže dodatne informacije o determinističkim i stohastičnim mehanizmima koji čine fenomen evolucije ekonomskih sistema.

Prvo su analizirani berzanski indeksi tranzicionih ekonomija Zapadnog Balkana i reprezentativnih evropskih ekonomija, koristeći tri različite metode: centriranu detrendovanu pokretnu srednju vrednost (cDMA, eng. *Centered Detrended Moving Average*), detrendovanu fluktuacionu analizu (DFA, eng. *Detrended Fluctuation Analysis*) i vejljet transform (WT, eng. *Wavelet Transform*). Koristeći ove tri metode za analizu vremenskih i prostornih skala, kao izlazni parametar može da se dobije Hurst-ov eksponent. Ovaj pristup omogućava proučavanje ekstremnih događaja svetskih berzi i može sadržati odgovore na pitanja povezanosti efekata evolucije koji su vidljivi na različitim skalama. Ti efekti mogu da uključuju predikciju događaja, specifičnost

oporavka iz ekstremnih događaja, ali u ovoj disertaciji će akcenat biti na upoređivanju različitog ponašanja tranzicionih, u razvoju, i razvijenih nacionalnih berzi.

U nastavku rada, empirijsko istraživanje daje veliki doprinos detektovanjem prisustva efekata cikličnih uticaja na vremenske serije berzanskih indeksa. Da bi se ovo ponašanje detaljnije proučilo povećan je broj predstavnika nacionalnih ekonomija. Na ovom proširenom uzorku, razvijena je i korišćena nova tehnika, koja se sastoji od detektovanja ciklusa koristeći WT metodom i njihovom daljom analizom koristeći vremenski zavisnu DMA metodu (tdDMA, eng. *time-dependent DMA*). Treba naglasiti da vremenska zavisnost služi da bi se pokazala važnost kritičnih eksponenata kao trenutna ocena neizvesnosti tržišta, koje poseduje svoju dinamiku.

Na kraju, upoređujući cikluse različitih berzi, izdvojeni su oni koji predstavljaju globalne efekte, koji za razliku od perturbacija koje su lokalnog karaktera, poseduju iste karakteristične cikluse na različitim nacionalnim tržištima. Analizirajući karakteristične cikluse, određivanjem njihovih Hurst-ovih eksponenata, predložen je način kvantifikacije nivoa razvijenosti nacionalnih ekonomija koji se zasniva na proceni njihove kompleksnosti vremenskih serija berzanskih indeksa. Koristeći lokalne vrednosti Hurst-ovog eksponenta skaliranja, koji su računati na devet karakterističnih ciklusa analiziranih podataka, definisan je indeks razvijenosti, koji je pokazao da može da rangira vremenske serije berzanskih indeksa koje pripadaju trima različitim grupama. Na ovaj način, tako prikupljene vrednosti za Hurst-ove eksponente po karakterističnim vremenskim ciklusima, u ovom istraživanju, su po prvi put povezane sa grupama berzanskih indeksa objektivno različito razvijenih nacionalnih tržišta.

Ključne reči: kompleksni sistemi, berzanski indeksi, multi-fraktalna analiza, Hurst-ovi eksponenti, ciklusi u vremenskim serijama berzanskih indeksa, indeks razvijenosti

Naučna oblast: Fizika

Uža naučna oblast: Statistička fizika

Abstract

In the very heart of this dissertation is one of the modern areas of physics - Econophysics. It uses theories and methodologies originally developed for the needs of statistical physics, along with other areas that contain nonlinear dynamics, in order to solve the problems in the economy.

The focus of the research of this dissertation is the financial time series and study of values of the indices of the world's leading stock exchanges. A stock index is a set of actions and statistics that reflect the complex value of its components. The value of the stock exchange index gives us statistics, that show the real state of the stock market. A time series of these values is a stock market evolution register.

The aim of this dissertation is to demonstrate the application of statistical physics methods to study and compare complex economic systems and to find statistical laws that quantify the correctness of their application. For this purpose, computer techniques, theoretical modeling, and empirical research on data containing 18 stock exchange indices of world economies, which can be divided into three groups - underdeveloped (transitional) economies, emerging economies and developed economies, have been used. Empirical research has helped develop several techniques and models that can provide additional information on deterministic and stochastic mechanisms that make up the phenomenon of the evolution of economic systems.

First, the stock exchange indices of transitional economies of the Western Balkans and representative European economies were analyzed using three different methods: centered Detrended Moving Average (cDMA) , Detrended Fluctuation Analysis (DFA) and Wavelet Transform (WT). By using these three methods for analyzing time and space scales, Hurst exponent can be obtained, as the output parameter. This approach allows us to study extreme events on world stock exchange and can contain answers to questions of the connection between evolution effects that are visible on different scales. These effects may include an event prediction, uniqueness of recovery from extreme events, but in this dissertation the emphasis will be on comparing different behavior of

transitional, emerging, and developed national stock markets.

Hereafter, empirical research greatly contributed to the detection of effects that cycles have on time series of stock exchange indices. In order to further examine this behavior, the number of representative national economies has increased. In this extended sample, a new technique was developed and used, which consists of cycle detection using the WT method and their further analysis using a time-dependent DMA method (tdDMA). It should be emphasized that time dependence method is there to show importance of critical exponents as the current assessment of uncertainty of the market, which has its own dynamics.

Finally, by comparing cycles of different stock markets, those who represent global effects can be distinguished, because, unlike perturbations that are local in character, they possess the same characteristic cycles in different national markets. Analyzing the characteristic cycles, by determining their Hurst exponents, a method for quantifying the level of development of national economies is based on estimating their complexity of time series of stock exchange indices. Using the local values of Hurst scaling exponent, which are obtained on nine characteristic cycles of analyzed data, a development index is defined, which showed that it can be used to rank the time series of stock indexes that belong to three different groups. Using this method, values obtained by calculating Hurst exponents on characteristic time cycles, in this study, have shown for the first time relationship with groups of stock exchange indices of objectively differently developed national markets.

Key words: complex systems, stock market indices, multi-fractal analysis, Hurst exponents, cycles in time series of stock market indices, development index

Scientific field: Physics

Scientific subfield: Statistical physics

Glava 1

Uvod u kompleksne sisteme u ekonomiji i okvir rada disertacije

1 Fizika u ekonomiji?

1.1 Kratka istorija

Na prvi pogled ekonomija i fizika ne bi trebalo da su povezane. Uprkos činjenici da je literatura puna primera poznatih fizičara koji su bili zainteresovani za ekonomske i finansijske probleme, ovi primeri se obično smatraju kao avanturistički [1]. Neki od ovih avanturističkih primera su: neuspešna predikcija tržišnih cena Ser Isaac Newton-a i kao posledica njegov gubitak od 20000 funti 1720. godine u špekulacijskom mehur Južnog mora [2, 3]; uspešno vođenje fonda za udovice profesora Univerziteta Gottingena od strane Carl-a Friedrich-a Gauss-a; objašnjenje Brown-ovskih slučajnih šetnji i formulacija Chapman-Kolmogorov uslova za Markovijev proces od strane Luis Bachelier-a u njegovoj doktoroskoj tezi na teoriji spekulacija na bazi opservacija promene cene Pariske berze, urađenoj pet godina pre rada Smoluchowski-og i Einstein-a na difuziji. Ovi primeri pokazuju da je ekonomija pratila fiziku, a ne obrnuto - izučavanja klasičnih fizičara u 18. i 19. veku su imala dramatični uticaj na ekonomiju i taj posao su radili ekonomisti koji su pokušali da prate naučnu metodologiju fizike [4].

Proći će pola veka od odbrane teze „Jeu de speculation” Luis Bachelier-a (čiji je mentor bio Henri Poincaré)[5], da bi ideje koje je predstavio otkrile katedre za ekonomiju najvećih univerziteta u Americi. Promenom aditivnog u multiplikativni šum Bachelier-ovog stohastičnog procesa, Osborne i Samuelson [6] napravili su fundamentalnu stohastičnu jednačinu koja vodi evoluciju cena berze i koja je služila kao

osnova čuvene teorije Black-a, Scholes-a i Merton-a za računanje tačne cene opcija (time su postigli da dobiju analitičku formu promene cene ugovora između prodavca i kupca koji daje kupcu pravo da kupi ili proda određeno dobro nekog kasnijeg datuma po dogovorenoj ceni)[7]. Gledajući sa druge strane, Black-Scholes formula je u stvari rešenje jednačine prenosa toplote sa periodičnim granicama [8].

U formulaciji slučajne šetnje uključen je Gausovski karakter stohastičnog procesa. Tako uzet, postupak promene cena razmatran je bez memorije, sa skoro neprimetnim promenama standardnih devijacija, koje imaju oblik eksponencijalnih funkcija raspodela. Mandelbrot je šezdesetih godina prošlog veka zapazio da postoje samosličnosti u vremenskim serijama promena cena pamuka, posmatrajući tu seriju na različitim vremenskim skalama, interpretiravši je kao postojanje stepenog zakona zavisnosti standardne devijacije cena od veličine vremenske skale [9]. Fizičarima koji su upoznati sa kritičnim fenomenima koncepti stepenog zakona i velikih fluktuacija su bili poznati. Što je dovelo do mogućnosti da se za analizu finansijskih tržišta koriste metode statističke fizike, u koje su uključeni i Mandelbrotovi radovi sedamdesetih godina prošlog veka u kojima je proučavao koncept fraktalne dinamike. Time je omogućeno da se proučava dinamika berzi, čiji berzanski indeksi ili drugi parametri, imaju raspodele čiji retki događaji nisu statistički zanemarljivi, odnosno poseduju raspodele sa debelim repovima. Do devedesetih godina prošlog veka takvo ponašanje bilo je retko proučavano zbog nedostatka moćnih matematičkih metoda pogodnih za procese sa divergirajućim momentima raspodela.

Objašnjenja mogućih razloga zašto su finansije postale aktuelno naučno polje istraživanja fizičara, je broj i preciznost podataka koji su dobijeni u tržišnim transakcijama. To se može objasniti i time što se pojavom kompjutera zadnjih decenija dosta ubrzao promet i uvećala količina transakcija, pa su se povećale i fluktuacije. Ekonomije i tržišta su počeli međusobno da se pažljivije prate, pošto su kompjuteri omogućili eksponencijalno puta više sakupljanja podataka. Današnje berze čuvaju ogromne količine podataka (praktično pamte svaku transakciju), pa su potrebne i omogućene nove metodologije za njihovo proučavanje. U ovom slučaju analiza prikupljenih podataka se vrši metodama pozajmljenih iz fizike, kojima je osnovna odlika potraga za pravilnostima i nekonvencionalnim korelacijama.

1.2 Ekonofizika i primena fizike u ekonomiji

Poslednjih dvadeset godina jedna nova disciplina u okviru statističke fizike - ekonofizika je u stalnom razvoju. To je takođe oblast fizike kompleksnih sistema u okviru koje se

proučavaju fenomeni zapaženi na finansijskom tržištu. Profesor H. Eugene Stanley je uveo tu kovanicu u svojim radovima [10, 11, 12], i samim tim započeo formiranje oblasti ekonofizika, sa pokušajem da se u okviru nje napravi i sakupi sveobuhvatan pregled statističkih svojstava finansijskog tržišta koja su analizirana metodama i modelima moderne statističke fizike. Postoji zajednički interes s jedne strane fizičara i s druge strane renomiranih svetskih ekonomista za razvoj te oblasti. Jedna od zajedničkih tema proučavanja je analiza i karakterizacija finansijskih vremenskih serija [13]. U tome su učestvovali i brojni laureati Nobelovih nagrada iz ekonomije, kao što su i Joseph Stiglitz [14, 15] i Jan Tinbergen [16].

Od rođenja ekonofizike, krajem prošlog stoleća, publikovalo se puno literature i dobijeni su mnogi rezultati proučavajući finansijska tržišta [17, 18, 19, 20, 21, 22, 23]. Međutim, uprkos objavljivanju brojnih publikacija i ubeđenja ekonofizičara o njihovom doprinosu proučavanja finansijskih sistema, njihov prilaz ima velikih poteškoća da ubedi finansijske ekonomiste. Ekonofizičari su izneli brojna objašnjenja da bi se objasnio doprinos fizike u ekonomiji [17, 23, 24, 25, 26], ali ta objašnjenja u najvećem broju slučajeva više odražavaju reakcije između različitih naučnih oblasti, pre nego razlike u teorijskim i metodološkim prilazima. S druge strane, te razlike između tih oblasti mogu biti veoma informativne, ali i podsticajne za njihov razvitak, a takođe i korisne za otvaranje novih zajedničkih tema saradnje i međusobne razmene ideja [24, 26, 27, 28, 29, 30, 31]. S tom perspektivom, statistička fizika koja se primenjuje na finansijskim tržištima je zanimljivo područje istraživanja za one koji žele razumeti velike razlike između ove dve zajednice, i za one koje žele da prošire trenutne granice oblasti. Primena statističke fizike u ekonomiji, pored toga se bavi korporativnim prihodima [32], pojavom dobitka [33], globalnim zahtevima [34] ili zakonima skaliranja [12]. Jedna od čestih inicijalnih primedbi fizičarima koji rade sa ekonomskim sistemima je da takva oblast istraživanja ne može biti grana fizike zato što su „jednačine kretanja procesa” nepoznate. Ali ako bi se potreban uslov, da Hamiltonijan procesa bude poznat ili izračunljiv, primenio na druge oblasti, nekoliko trenutno značajnih istraživačkih oblasti iz fizike bi bile diskvalifikovane, npr. modelovanje trenja i značajan broj istraživanja u oblasti granularne materije. Pri tome neki problemi iz fizike koji su opisani dobro definisanim jednačinama, kao turbulencija, nisu analitički rešivi.

Fizika kao nauka je uvek u razvoju i poslednjih decenija primenjivane su metode koje su razvijane za potrebe proučavanja fizičkih sistema u oblastima koje su van onoga što je tradicionalno definisano kao domen fizičkih nauka [35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43].

Zadnjih decenija, nove metode statističke fizike su uspešno primenjivane radi analize dinamike promene cena na berzama, što je dovelo do broja novih zanimljivih otkrića i

objašnjenja ponašanja berzi [12, 44, 45, 46]. Ekonomski sistemi ostaju među najzanimljivijim kompleksnim sistemima za istraživanje od strane fizičara [47].

2 Kompleksni sistemi i stepeni zakoni

Kompleksni sistemi poseduju veliki broj različitih delova koji intereaguju na različitim nivoima u okviru hijerarhije koja funkcioniše na širokom spektru skala. Često su te interakcije fraktalne po prirodi i manifestuju se u obliku stepenog zakona proučavanih promenljivih. Ovo je u suštini suprotnosti od npr. kretanja slučajnog šetača ili kinematike idealnog gasa, za koje se može misliti da su komplikovane, a u stvari opisuju se eksponencijalnim zakonitostima. Forma stepenog zakona je centralna za kompleksnost zato što ispoljava invarijantnost skala koje nema u eksponencijalnim ili sličnim formama. Menjajući skalu za faktor λ , proučavane vrednosti kvalitativno identičnog ponašanja, razlikovaće se samo za konstantan faktor:

$$f(\lambda x) = C(\lambda x)^k = \lambda^k f(x) \propto f(x) \quad (2.1)$$

Kao posledica, relacija 2.1 povinjava se zakonu skaliranja na λ i ono može da se izuzme iz skale jer $\frac{f(\lambda x)}{\lambda^k}$ ne zavisi od λ . Ako, na primer, f predstavlja zavisnost razvijenosti ekonomije od broja njenih građana x , a λ možemo da izuzmemo iz skale na prethodno opisan način, to pokazuje da sve ekonomije država sa različitim brojevima stanovništva pokazuju iste mehanizme funkcionisanja.

Proučavanje stepenih zakona vremenskih serija je od velikog interesa jer njihovi eksponenti mogu da nam kažu o korelacionim svojstvima ispitivane serije. U ovom istraživanju jednu od centralnih uloga ima funkcija $\sigma \propto n^H$, gde je σ standardna devijacija, H Hurst-ov eksponent, dok je n veličina nekog posmatranog intervala. Hurst-ov eksponent je bezdimenzioni estimator samosličnosti vremenske serije i povezan je sa fraktalnom dimenzijom vremenske serije D . Smislene vrednosti Hurst-ovog eksponenta kreću od 0 (potpuno antikorelisan proces) do 1 (korelisan proces), dok vrednost $H = 0.5$ predstavlja Wiener-ov proces. Ako se primeni na finansijske podatke kao što su berzanski indeksi, Hurst-ov eksponent se može tumačiti kao mera trenda.

Najočiglednija posledica invarijantnosti skale je nedostatak karakteristične skale na kojoj se može izdvojiti neka karakteristična promena ponašanja. Tako, na primer, eksponencijalna zavisnost poseduje karakterističnu skalu, na kojoj možemo uočiti da nestaju fenomeni koji se mogu primetiti na manjim skalama. Sa druge strane stepene zavisnosti poseduju identična kvalitativna ponašanja na svakoj skali, pa njihove

zavisnosti ne variraju tokom promena nekoliko redova veličina. U fizičkim sistemima modelovanim kompleksnim mrežama mogu se takođe uočiti takva funkcionalna ponašanja određenih parametara sistema ([48]).

Metode statističke fizike su odgovarajuće za istraživanje kompleksnosti različitih oblasti zbog sličnosti između kompleksnih sistema sa intereagujućim konstituentima i fizičkog sistema intereagujućih čestica. U ovoj disertaciji se fokusiramo na interakcije razmene dobara milijardi ljudi koji kao „odgovor sistema” daju vrednosti berzanskih indeksa. Koncepti statističke fizike kao što su analiza skaliranja, stacionarnost, korelacije, simetrija i univerzalnost su korišćeni u analizi ekonomskih sistema. Ovi koncepti će biti primenjivani na nacionalne ekonomije, tj. vremenske serije berzanskih indeksa koji su njihovi predstavnici.

3 Debeli repovi distribucija u finansijskim podacima

Kao što je napomenuto u kratkom istorijskom prikazu razvoja primene fizičkih metoda u finansijama, Mandelbrot je šezdesetih godina prošlog veka u svom pionirskom radu (*The variation of certain speculative prices*) [9], predložio i pokazao na osnovu jednog jednostavnog metoda zaključivanja da distribucije razlika cena na tržištu nisu Gausovske zbog povećanja verovatnoće događaja koji su okarakterisani veličinama čije je odstupanje od srednje vrednosti veliko. Ta odlika se može opisati Lévy distribucijama koje su, za razliku od Gausovskih normalnih distribucija, okarakterisane debelim repovima. Mandelbrot je na osnovu svojih zapažanja formulisao teoriju fluktuacije cena špekulativnih tržišta na osnovu Lévy distribucija verovatnoće, ili gledajući šire, napravio prve korake u statistici ekstrema. Istakao je da su u finansijama od interesa log-normalne distribucije pošto bogatstvo u sistemima više agenata evoluiraju po takvim raspodelama. Zapravo, to nije potpuno ispravna metoda procene, ali nam može pružiti sofisticiranu pretpostavku u kojim oblastima parametara sistema možemo očekivati postojanje debelih repova. Suština njegove metode je zasnovana na činjenici da distribucije sa debelim repovima ne poseduju kompletan skup statističkih momenata. Odnosno da za svako $n < \infty$, ne postoji konačna vrednost momenta n -tog reda, odnosno $\langle\langle x^n \rangle\rangle$. Metoda se sastoji u određivanju momenata konačnih vremenskih serija kao funkcije dužine serije N . Ukoliko sa rastom dužine posmatrane serije, moment distribucije raste bez gornje granične vrednosti, možemo očekivati da u limesu velikih serija moment divergira, odnosno biće jednak beskonačnosti. U suprotnom, ukoliko raste, ali tako da se zapaža da postoji neka gornja maksimalna vrednost, onda možemo reći da moment unapred određenog reda ne divergira.

Međutim, ovaj jednostavan metod ima značajna ograničenja. Prvo ograničenje je očigledno - ne dobijamo preciznu procenu vrednosti „debljine”, odnosno indeksa repa. Najbolje što možemo dobiti iz ove procedure su vrednosti granice indeksa repa, prikazane kao racionalan broj (količnik dva cela broja). Sa druge strane, to nam obezbeđuje da možemo da tvrdimo, kada smo u mogućnosti da određujemo momente distribucije. Drugi nedostatak metoda je naglasio Cont (2001) ([49]) i bazira se na odnosu momenata vremenskih serija višeg reda. On je pokazao da kurtosis (tj. moment četvrtog reda) utiče na rast momenta osmog reda, koji dostigne veoma velike numeričke vrednosti, pa njegovo ponašanje ima tendenciju da bude prilično eratično iako je konačan.

Pored Mandelbrot-ove procene indeksa debelih repova, postoji još nekoliko metoda koji se zasnivaju na Fisher-Tippett-Gnedenko teoremi ([50, 51]), koja se smatra analognom teoremom klasičnoj Centralnoj graničnoj teoremi, koja nam kaže da, nezavisno od osnovne distribucije uzorka, granična distribucija uzorka je Gausova normalna distribucija. Na sličan način, Fisher-Tippett-Gnedenko teorema navodi da je ograničavanje distribucije maksimuma uzorka ekstremna raspodela vrednosti.

Gausova distribucija je specijalan slučaj opštije Lévy distribucije, i često je korišćena kao aproksimacija log-normalne distribucije zbog matematičke ekspeditivnosti. Nasuprot tome, ove distribucije poseduju opadanje po stepenom zakonu u repovima i ovo je povezano sa fraktalnom prirodom finansijskih podataka, zbog kojih su u početnim godinama, mono-fraktalni procesi, kao što je Brown-ovsko kretanje [52, 12] pominjani u literaturi, dok u kasnijim istraživanjima su korišćeni multi-fraktalni procesi za proučavanje finansijskih podataka kao npr. [53, 54, 55, 56, 57, 58].

4 Berza kao fizički sistem

Sadašnja finansijska tržišta poseduju većinu karakteristika kompleksnih sistema. Predstavljaju otvorene sisteme koji se sastoje iz mnogo naizgled međusobno uzročno posledično uslovljenih delova sa međusobnom interakcijom, ali i sa odgovorima sistema (odnosno najčešće berzanskim indeksima) na osnovu kojih se može okarakterisati stanje sistema. Pored toga, pravila pod kojima funkcionišu berze su unapred određena, dok se tokom dinamike sistema njihova stanja mogu kontinuirano beležiti. Zbog toga, različiti modeli berzi mogu se proveriti upoređivajući rezultate dobijene simulacijama nad skupom dostupnih podataka. Ovakve mogućnosti daju mnoge pogodnosti za rad i interesovanja statističkih fizičara, čije se metode i ideje koje su razvijane u prošlosti da bi

se proučavali mnogočestični fizički sistemi [59], mogu primeniti i u finansijskom svetu [60]. Uspešnost primena tih metoda se može ilustrovati i činjenicom da se sve više fizičara angažuje u finansijskim institucijama kao što su banke ili berze.

Finansijska tržišta, odnosno berze, spadaju u klasu sistema u čijem je stvaranju učestvovao čovek i koje ispoljavaju tokom svog rada kompleksnu organizaciju i dinamiku [61]. One predstavljaju mesto gde se pod strogo određenim pravilima trguje tačno određenom robom, i gde se aktivnost berze sastoji od ponude i potražnje u tačno određenim vremenskim intervalima. Ovaj kompleksni sistem poseduje veliki broj međusobno interagujućih delova (banke, akcionarska brokerska društva) koji su istovremeno aktivni na različitim vremenskim i prostornim skalama. Njihova aktivnost podrazumeva da su otvoreni prema okruženju, a i postoji određeni nivo samoorganizacije i adaptacije što usložnjava njihovu unutrašnju organizacionu strukturu i diverzifikuje njihovu dinamiku. Kreirajući različite oblike kolektivnog ponašanja, učinak takvih sistema se može okarakterisati vremenskom serijom berzanskih indeksa, odnosno „odgovorom sistema” njihove aktivnosti koji pruža određeni skup informacija, u skladu sa kojima se može praviti međusobna distinkcija u funkcionisanju berzi. Prvo se razlikuju po brojčanoj zastupljenosti akcija koje indeks predstavlja, zatim po relativnoj težini koja se daje akcijama i na kraju po korišćenoj metodi usrednjavanja koja se koristi pri njihovom određivanju. Za metode koje se koriste u fizici, berzanski indeksi se razmatraju kao signal koji se može smatrati superpozicijom posledice kolektivnog ponašanja sistema i spoljnog šuma [62]. Kompleksnost tog sistema se ogleda u velikom broju podataka, uprkos jednostavnim polaznim pravilima po kojima funkcioniše berza. Praćenje te dinamike uključuje određivanje trendova i ciklusa na različitim vremenskim skalama, i skalama veličine vrednosti dobara [63, 64]. Iz toga sledi da alati koji proučavaju takve sisteme ne mogu biti analitički, već moraju biti prilagođeni da adekvatno kvantifikuju njihovo dugovremensko ponašanje. Neki od instrumenata koje koristi ekonofizika za proučavanje finansijskih berzi su stepeni zakoni, modeliranje na bazi agenata, dugodometna memorija, autokorelacije i kroskorelacije, kao i kompleksne mreže i Izingov model [65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72].

Berze su otvoreni sistemi u kojima mnogo podsistema interaguje nelinearno u prisustvu povratne sprege. Ta nelinearnost interakcije finansijskih tržišta može da zbuni fizičare, pre svega zbog postojanja neuniverzalnih zakona „dinamike” i velikog skupa skrivenih parametara sistema. Zakoni fizike su univerzalni, i nije potrebno odrediti kada i gde su primenjivi, dok zakoni berzi zavise puno od razvijenosti tržišta. Pored toga, ako tržišta poseduju određene univerzalne zakonitosti to ne znači da će iste ostati invarijantne u vremenu.

Finansijska tržišta su sistemi sa velikim brojem trgovaca koji međusobno intereaguju i reaguju na eksterne informacije da bi kreirali najbolju cenu za svoj proizvod. Ako bi neko proučio vremensku seriju evolucije cena, količina i broja transakcija finansijskih produkata u vremenu, utvrdio bi da je takva vremenska evolucija nepredvidiva. Paradoks je da tako važna vremenska serija, koja određuje cenu finansijskih dobara se ne može razlikovati od stohastičnog procesa.

5 Motiv, okvir i struktura disertacije

Nakon obimnih istraživanja u oblasti ekonofizike [73] nacionalnih i međunarodnih berzi [74, 75, 76, 77], u okviru ove disertacije će se doprineti razvoju te oblasti analizom dinamike ponašanja berzi tranzicionih ekonomija Zapadnog Balkana, i njihovim upoređivanjem sa ekonomijama razvijenijih zemalja. Analize ponašanja berzi ekonomija u razvoju Južne Amerike [78], ili razvijenih Azijskih i Afričkih berzi [79] su pokazale da vrednosti eksponenata skaliranja, računatih iz vremenske serije berzanskih indeksa, mogu se koristiti da se proceni efikasnost berze [80]. Svrha ove disertacije je da, primenjujući teoretski pristup statističke fizike, pruži novi uvid dinamike berzi Zapadnog Balkana, doprinoseći boljem razumevanju procesa razvića regionalnih ekonomija, i pritom dodajući sveopštem razumevanju procesa koji vode globalne berze.

U disertaciji je primenjena analiza skaliranja na vremenske serije dnevnih vrednosti cena na zatvaranju berzanskih indeksa. Pri tome prihvaćeni su rezultati prethodnih istraživanja o postojanju skaliranja u podacima berzanskih indeksa i pažnja je usmerena ka vrsti ponašanja skaliranja koje ispoljavaju analizirane vremenske serije. Naime, ranija istraživanja [81] su potvrdila postojanje dugodometnog korelisanog ponašanja u podacima berzanskih indeksa, koje se može prepoznati putem ponašanja u obliku stepenog zakona spektra snage, korelacija i fluktuacionih funkcija koje opisuju te podatke. Zadnja istraživanja [82] su pokazala na mogućnost korelisanog i antikorelisanog dugodometnog ponašanja u podacima berzanskih indeksa, koje se može povezati sa stepenom razvijenosti analizirane berze (i ekonomije u kojoj se nalazi). Ovo otkriće stavljamo na probu, koristeći nove podatke sačinjene od vremenskih serija tranzicionih ekonomija zemalja Zapadnog Balkana. Ova serija podataka se ispituje i na globalnoj i lokalnoj vremenskoj skali, da bi se procenili specifični uticaji (trendovi ili ciklusi) koji doprinose pronađenim tipovima korelacija.

Korišćene su tri različite tehnike za analizu podataka, da bi se procenila i verifikovala priroda stohastičke dinamike izabranih vremenskih serija berzanskih indeksa. Prvo je

korišćena analiza centriranog detrendovanja pokretne srednje vrednosti (cDMA, eng. *Centered Detrended Moving Average*) da bi se procenile dinamičke osobine ispitivanih vremenskih serija. Onda su potvrđeni cDMA rezultati koristeći detrendovanu fluktuacionu analizu (DFA, eng. *Detrended Fluctuation Analysis*). Na kraju je korišćen vejtlet transform (WT, eng. *Wavelet Transform*) na korišćenim podacima, da bi se dobila nezavisna verifikacija cDMA i DFA rezultata i da bi se istakli dodatni rezultati. Koristeći WT specifično se obraćala pažnja na mogućnost [83] proučavanja postojanja periodičnih i neperiodičnih ciklusa u podacima, kako bi se takvi trendovi prepoznali cDMA ili DFA metodom.

Nakon toga, u okviru disertacije će biti predstavljena diskusija o postojanju, važnosti i tipu ciklusa u berzanskim indeksima regionalnih i svetskih ekonomija, povezanost nivoa osobine skaliranja vremenskih serije berzanskog indeksa sa nivoom rasta i zrelosti ekonomije, kao i lokalno ponašanje u blizini berzanskih ciklusa i trendova (koristeći lokalne Hurst-ove eksponente), sa novim pristupom i tehnikom klasifikovanja razvijenosti ekonomija na osnovu njihovih berzanskih indeksa. Ciklusi u finansijskim vremenskim serijama su dosta proučavani [63], i doveli su do bazičnih činjenica koje karakterišu neke sezonske efekte finansijskih vremenskih serija [84]. Različite tehnike merenja periodičnih uticaja su široko primenjivane, kombinujući ideje iz fizike, matematike, ekonomije i sociologije. Ovi pokušaji su doprineli zaključcima o jednodnevnom efektu trgovanja [85], kvartalnom ili godišnjem ciklusu [86], i drugim višegodišnjim cikličnim varijacijama [87, 88]. Međutim, konsenzus mišljenja o prirodi, karakteru ili važnosti cikličnih efekata na celokupno ponašanje berzanskih podataka nije dostignut.

U ovom smislu, disertacija doprinosi debati postojanju, tipovima i važnosti ciklusa u podacima berzanskog indeksa na dva načina: primenom vejtlet spektralne analize [89] radi proučavanja logaritamskih povraćaja berzanskih podataka i korišćenjem metoda izračunavanja Hurst-ovog eksponenta [90] radi proučavanja ponašanja berzanskog ciklusa i trendova. Korišćenje predstavljenih metoda pri određivanju skaliranja finansijskih vremenskih serija je potvrđeno u [91], obimnom pregledu naučnih podataka vremenskih serija i metoda analize.

Korišćena je WT analiza radi proučavanja konzistentnosti cikličnosti vremenskih serija berzanskog indeksa. WT analiza je pogodna za taj posao, jer je originalno uvedena radi proučavanja kompleksnih signala [92]. Spektralna analiza na bazi WT, koja određuje spektralne karakteristike vremenske serije kao funkciju od vremena [93], otkriva kako različite periodične komponente određene vremenske serije evoluiraju u vremenu. Ona omogućava poređenje vejtlet spektra vremenskih serija berzanskog indeksa različitih

ekonomija i proučavanje sličnosti u doprinosima ciklusa različitih karakterističnih frekvencija totalnoj energiji spektra. Ovim oruđem možemo pokušati da odgovorimo na pitanje da li kompleksnost finansijskog tržišta specijalno ograničena na statističko ponašanje svake vremenske serije berzanskog indeksa pojedinačno ili deo kompleksnosti vremenskih serija berzanskih indeksa se može pripisati celokupnom svetskom tržištu [94].

Primenjivana je metoda određivanja Hurst-ovog eksponenta u formi analize vremenski zavisne detrendovane srednje vrednosti, radi testiranja lokalne karakteristike ciklusa raznovrsnih karakterističnih frekvencija vremenskih serija berzanskih indeksa različitih ekonomija. Zadnjih godina, primena analiza koje koriste Hurst-ov eksponent je dovela da mnogi istraživači zaključe da finansijske vremenske serije poseduju mnogostrukе osobine skaliranja [56, 57, 58]. Dodatno, ove metode su omogućile ispitivanje lokalnog skaliranja u okolini određenog trenutka vremena, tako da se dinamika kompleksnih osobina raznovrsnih vremenskih serija može analizirati lokalno a ne globalno [95]. Cilj disertacije je poređenje lokalnog skaliranja svakog ciklusa svih proučavanih berzanskih indeksa i pronalaženje načina klasifikovanja različitih tržišta prema njihovom cikličnom ponašanju.

Disertacija je podeljena u četiri glave. Glava 1 govori o istoriji, povezanosti i ulozi fizike u ekonomiji. U Glavi 2 su predstavljene metode koje su korišćene u ovom istraživanju i koje su primenjene u Glavi 3. Zaključak do kojeg se došlo se nalazi nakon Glave 3.

Glava 2 sadrži matematičke alate koji su primenjeni u ovom istraživanju. Prezentovani su fraktali, multi-fraktali, metode za izračunavanje eksponenta skaliranja, kao i metoda za određivanje lokalnih korelacionih koeficijenata. U tu svrhu su korišćene metode koje u svojim tehnikama koriste oduzimanje trenda i vejllet metoda.

U Glavi 3 se metode predstavljene u Glavi 2 primenjuju na podatke berzanskih indeksa, ekonomija regiona, Evrope i sveta (BELEXLine - Srbija; MONEX 20 - Crna Gora; SASX 10 - Bosna i Hercegovina; BIRS - entitet BiH Republika Srpska; TEPIX - Iran; EGX 30 - Egipat; BOVESPA - Brazil; CROBEX - Hrvatska; XU 100 - Turska; JSE - Južnoafrička Republika; SSE - Kina; CAC 40 - Francuska; DAX - Nemačka; NYSE, S&P 500 - Sjedinjene Američke Države; FTSE 100 - Ujedinjeno Kraljevstvo; BUX - Mađarska; NIKKEI 225 - Japan) koje mogu da se svrstaju u tri grupe po razvijenosti - zemlje nerazvijenih (tranzicionih) ekonomija, zemlje ekonomija u razvoju i zemlje razvijenih ekonomija. Glava počinje demonstriranjem povezanosti nivoa osobine skaliranja vremenskih serija berzanskih indeksa sa nivoom rasta i zrelosti ekonomije u kojoj se nalazi analizirana berza, pri čijoj analizi se dolazi do zaključka da treba odrediti cikluse pojedinačnih berzanskih indeksa i međusobno ih uporediti. Na ovaj način bi

moglo da se pokaže da li se kompleksnost finansijske berze može specifično ograničiti na statističko ponašanje svake vremenske serije berzanskog indeksa ili se može pripisati kolektivnom efektu vremenskih serija berzanskih indeksa „globalne” berze. Na kraju se formuliše i određuje indeks razvijenosti $\Pi_{e_i}(s_i)$, kvantitivan parametar koji govori o razvijenosti ekonomije analiziranog berzanskog indeksa, pomoću formiranog bazisa Hurst-ovog prostora relativnih Hurst-ovih jediničnih vektora (s_i^α) , koji se formiraju određivanjem lokalnih Hurst-ovih eksponenata na intervalima zajedničkih ciklusa berzi, tj. onih koji su vođeni globalnim kolektivnim efektom.

Disertacija je bazirana na dva rada koji su objavljeni za vreme koje je autor proveo na doktorskim studijama Fizičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu. Ova dva rada su povezana u disertaciji i ona daje sveobuhvatniji pogled i perspektivu diskutovanog istraživanja. Rezultati dva korišćena rada koji su objavljeni u međunarodnim časopisima *The European Physical Journal B* kategorije M23 (IF=1.463) [96] i *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* kategorije M21a (IF=3.181) [97], predstavljeni su u Glavi 3.

Glava 2

Multi-fraktalna analiza

Skaliranje i multi-fraktali pripadaju najpopularnijim konceptima u fizici, hemiji, biologiji i drugim naukama koje se bave kompleksnim sistemima. Multi-fraktali su generalizacija fraktala, gde fraktalna dimenzija nije dovoljna da u potpunosti opiše ispitivani sistem. Ako je mera i -te kutije veličine ε predstavljena kao $\eta_i(\varepsilon)$, onda se može dobiti jedinični eksponent za svaku kutiju kao:

$$\alpha_i = \frac{\log \eta_i(\varepsilon)}{\log \varepsilon} \quad \text{tj.} \quad \eta_i(\varepsilon) \sim \varepsilon_i^{\alpha_i}, \quad (0.1)$$

gde α_i predstavlja Holder-ov indeks. Broj kutija $r_\alpha(\varepsilon)$ sa istim Holder-ovim indeksom se skalira kao:

$$r_\alpha(\varepsilon) \sim \varepsilon^{f(\alpha)}, \quad (0.2)$$

gde funkcija $f(\alpha)$ predstavlja multi-fraktalni spektar. Oblik $f(\alpha)$ konvergira ka tački za nefraktale i mono-fraktale, dok spektar multi-fraktalnih podataka grbav za relativno veliki opseg α .

U ovoj Glavi će biti predstavljen kratak pregled postojećih fizičarskih okvira i metode za procenjivanje multi-fraktalnih eksponenata skaliranja. Treba posebno istaći metodu vremenski zavisne detrendovane pokretne srednje vrednosti pri određivanju lokalnih Hurst-ovih eksponenata, kojom se pruža uvid u kompleksnu dinamiku evolucije sistema, koja je povezana sa prisustvom mnogih komponenti koji intereaguju na različitim prostornim i vremenski skalama.

1 Samosličnost i fraktali

Fraktali su kompleksni sistemi koji poseduju samosličnu funkcionalnu i morfološku strukturu na arbitrarnim skalama. Primeri fraktala koji se javljaju u prirodi su snežne pahuljice, planinski venci, obale, mreže krvnih sudova, lišće paprati i mnogi drugi. Pored toga, fraktali se mogu veštački formirati iterativnim procesima. Suprotno uobičajnim fizičkim sistemima čija se dinamika može opisati sistemima diferencijalnih jednačina sa glatkim trajektorijama, fraktalni sistemi su sistemi sa grubom, neizdiferenciranom strukturom. Na fraktalnim sistemima se može uvesti fraktalna Hausdorff-ova dimenzija, odnosno odnos koji daje statistički stepen kompleksnosti sistema. On se dobija upoređivanjem promene pojedinih karakteristika sistema (odnosno tog fraktalnog uzorka) sa promenom skale na kojoj se oni mere. Takođe, fraktalna dimenzija je okarakterisana kao mera prekrivanja prostora kao uzorak koji govori kako se fraktalna lestvica razlikuje od prostora u kojem je ugrađen. Najčešće za takve sisteme fraktalna dimenzija nije ceo broj.

Jedan od najčešće korišćenih uvođenja fraktalne dimenzije (matematički manje rigorozna) je takozvana dimenzija brojanja kutija. Neka imamo skup $A \subset \mathbb{R}^D$ koji podelimo na nepreklapajuće kutije zapremine x^D i nakon toga izbrojimo kutije koje nisu prazne u A i njihov broj označimo sa $N_A(x)$. Kada je A glatka kriva, broj kutija prati zakon skaliranja u formi:

$$N_A(x) = B(x)x^{-d_A}, \quad (1.1)$$

gde je $B(x)$ sporo promenljiva funkcija od x , tj.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{B(ax)}{B(x)} = 1, \quad \forall a > 0. \quad (1.2)$$

Iz ovoga sledi da je definicija fraktalne dimenzije preko metode brojanja kutija:

$$d_A = \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{\ln N_A(x)}{\ln x} + \frac{\ln B(x)}{\ln x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln N_A(x)}{\ln \frac{1}{x}}. \quad (1.3)$$

Treba imati u vidu da ništa ne garantuje da limes postoji, a povrh toga u praksi smo ograničeni preciznošću merenja.

Fraktali se mogu generisati samosličnim transformacijama. To su metode koje uključuju iterativne korake kojima se pri konstrukciji fraktala ugrađuju njihove samoslične karakteristike. Formalno strožije, to je transformacija C koja reskalira neki skup veličina ali održava isti oblik tj. $\|C(a) - C(b)\| = \beta \|a - b\|$. Pošto se samosličan objekat sastoji od svojih kopija, može se izraziti kao $A = \cup_i C_i(A)$, gde su C_i sličnosti, pa se fraktalna

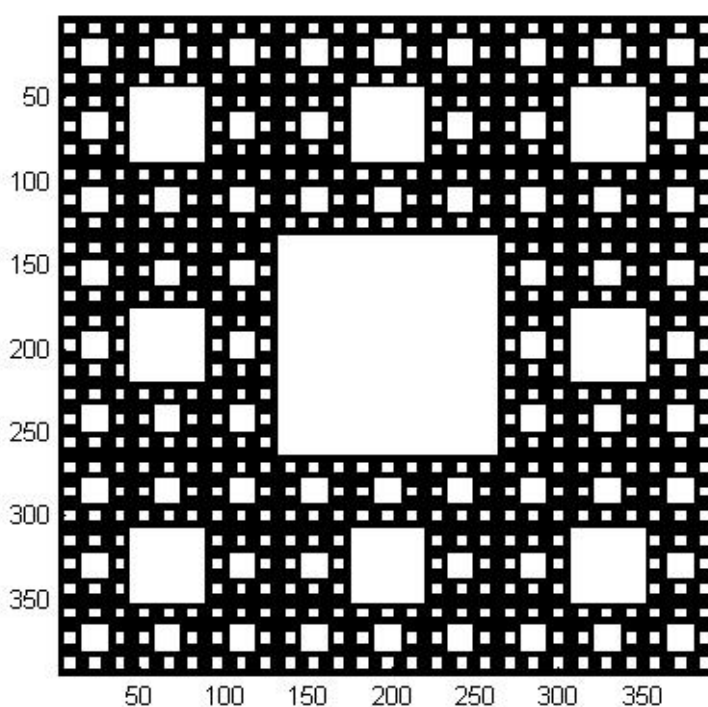
dimenzija može dobiti iz jednačine:

$$\sum_i \beta_i^d = 1, \quad (1.4)$$

gde su β_i karakteristični koeficijenti C_i .

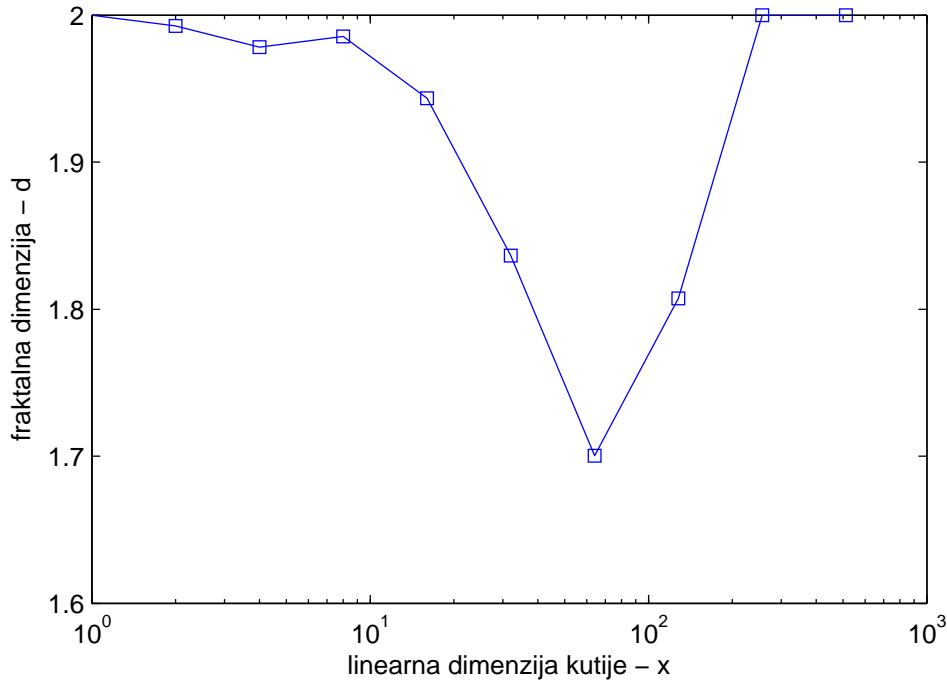
Jedan od primera 2-D fraktala, koji se generiše samosličnošću, je Sierpinski tepih (Slika 1.1). Njega dobijamo deleći kvadrat na 9 identičnih kvadrata čije su stranice dužine $\frac{1}{3}$ početnog kvadrata, pa zatim izbrišemo centralni kvadrat. Onda ovaj postupak deljenja i brisanja ponavljamo u ostalih 8 podkvadrata koji su okruživali centralni kvadrat koji smo izbrisali. Ovaj proces deljenja i brisanja ponavljamo u beskonačnost.

Koristeći MATLAB funkciju `boxcount.m` možemo da dobijemo kako se fraktalna dimenzija Sierpinski tepiha datog na Slici 1.1 menja sa promenom veličine (u pikselima) kutije koje brojimo x . Na Slici 1.2 je dat grafik zavisnosti fraktalne dimenzije d Sierpinski tepija od veličine kutije x , i vidimo da u zavisnosti od veličine kvadrata x , fraktalna dimenzija objekta za veličinu od 15 piksela najbolje odgovara teoretskom limitu od $\frac{\ln 8}{\ln 3} = 1.8928\dots$, što odgovara veličini najmanjih kvadrata na Slici 1.1.



Slika 1.1: Sierpinski tepih - 2D fraktal. Na osama je označen broj piksela.

Ako posmatramo sisteme sa vremenskom evolucijom, koji poseduju dodatnu strukturu



Slika 1.2: Grafik zavisnosti fraktalne dimenzije d Sierpinski tepiha od linearne veličine kutija koje se broje x , primenom MATLAB funkcije `boxcount.m` na Sliku 1.1.

datu vremenskom evolucijom, moramo da malo generalizujemo pojam samosličnosti. Pošto ne možemo da pomešamo koordinate prostora (x) i vreme (t) (u nerelativističkim teorijama) i izmerimo prostor između njih uvodimo pojam afiniteta, koji nameće odnos skala između koordinata vremena i prostora, i omogućava definisanje rastojanja prostorno-vremenskog prostora koordinata. Ovim se definiše i koncept samo-afiniteta, koji predstavlja samosličnost u prostorno-vremenskom prostoru sa afinitetom.

Takođe, samoslične osobine možemo da nađemo i u probabilističkim sistemima. U takvim sistemima koristimo prostor verovatnoća i njegove veličine. Za najpoznatiji Wiener-ov stohastički proces, definisan u [12], osobine skaliranja se mogu prikazati uslovnom distribucijom:

$$p(x, t | x_0, t_0) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi D(t-t_0)}} \exp\left(-\frac{(x-x_0)^2}{2D(t-t_0)}\right) dx. \quad (1.5)$$

Distribucija je invarijantna usled transformacija $\Delta x = \alpha \Delta x'$ i $\Delta t = \alpha^2 \Delta t'$, gde je α proizvoljan pozitivan realan broj. Samim tim dobijamo veze između karakterističnih prostornih i vremenskih skala datih relacijom

$$|\Delta x| \propto (\Delta t)^{\frac{1}{2}}, \quad (1.6)$$

pri čemu se ta relacija zove jednačina skaliranja. EkspONENT $\frac{1}{2}$, koji povezuje ove dve karakteristične prostorno vremenske skale, zove se Hurst-ov eksponent skaliranja. On predstavlja važan parametar procene (multi)-fraktalnih osobina i biće reči o njemu i u narednim poglavljima.

Međutim, mnogi sistemi se ne mogu kompletno opisati procesima sa jednim eksponentom skaliranja. Realni sistemi često zahtevaju par eksponenata skaliranja ili čak i ceo spektar eksponenata skaliranja. Neke od tih metoda će biti izložene u sledećem poglavlju.

2 Izračunavanje Hurst-ovog eksponenata skaliranja

2.1 R/S metoda

U procesu pronalaženja pravilnosti u vodostaju reke Nil, Harold Edwin Hurst [98] izumeo je analizu reskaliranog opsega (eng. Rescaled Range (R/S) Analysis). Hurst je empirijski došao do relacije koja važi za veliki broj prirodnih fenomena:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{R(n)}{S(n)} = Cn^H, \quad (2.1)$$

gde $R(n)$ predstavlja opseg, a $S(n)$ standardnu devijaciju kumulativne sume vremenske serije Y_t , dok n predstavlja veličinu vremenskog prozora, a C konstantu. Dužinu N cele vremenske serije y_i , delimo na podskupove dužine n čiji se krajevi preklapaju. Za podskup n vremenske serije veličine N , $R(n)$ je definisan na sledeći način:

$$R(n) = \max_{1 < t < n} Y_t - \min_{1 < t < n} Y_t, \quad (2.2)$$

pri tome je

$$Y_t = \sum_{x=1}^n (y_x - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i). \quad (2.3)$$

Standardna devijacija $S(n)$ posmatranog vremenskog prozora n se računa kao:

$$S(n) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{x=t}^n (y_t - \sum_{i=1}^n y_i)^2}. \quad (2.4)$$

Ovaj proces računanja svakog opsega R i standardne devijacije S svakog segmenta n se ponavlja i dobijamo srednje vrednosti reskaliranih opsega $R(n)/S(n)$ za svaki podskup n .

Dužina n se povećava i ceo proces se ponavlja. Ovim postupkom dobijamo da se reskali-

rani opseg ponaša kao jednačina (2.1), pa koristeći log-log skalu dobijamo linearnu relaciju koja se može rešiti metodom najmanjih kvadrata:

$$\log \frac{R(n)}{S(n)} = \log C + H \log n, \quad (2.5)$$

gde H predstavlja Hurst-ov eksponent.

Koristeći ovu metodu Hurst je izračunao Hurst-ov eksponent godišnjeg vodostaja reke Nil, koji je beležen vekovima. Dobio je vrednost $H = 0.77$, koja je značila da vremenska serija poseduje neku memoriju, što je značilo da npr. velika jezera uzvodno od Nila mogu da se ponašaju kao „memorija” između različitih godina, što je naravno i logično.

2.2 DFA metoda

DFA analiza, tj. detrendovana fluktuaciona analiza, nastala je od strane Peng-a 1994. godine kao prirodna evolucija metoda koje su za cilj imale određivanje samosličnosti stohastičkih procesa. Varijanta standardne DFA metode koja je korišćena u disertaciji zahteva tri uzastopna koraka. U prvom koraku, za svaku sekvencu $R(k)$, računata je parcijalna suma: $y(l) = \sum_{k=1}^l [R(k) - R_{ave}]$, gde R_{ave} predstavlja srednju vrednost logaritamskih povraćaja berzanskih indeksa, tj. $R_{ave} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N R(k)$, pri čemu je N ukupan broj registrovanih vrednosti date serije (broj k berzanskog indeksa predstavlja vreme t). U sledećem koraku cela serija $y(l)$ je podeljena u setove nepreklapajućih segmenata dužine n i lokalni trendovi za svaki segment su računati. Lokalni trend je linearni ili polinomalni fit metodom najmanjih kvadrata za dati segment podataka. Red polinoma koji definiše lokalni trend predstavlja red DFA metode. U ovoj disertaciji je korišćena DFA funkcija drugog reda. Za novu seriju treba da se definiše takozvana detrendovana šetnja $y_{n,i}(l)$ koja predstavlja, za dati segment, razliku između originalne serije parcijalnih suma $y(l)$ i lokalnog trenda. Na kraju, treba izračunati varijansu lokalnog trenda za svaki segment i odrediti srednju vrednost tih varijansi svih segmenata, kojom dobijamo detrendovanu fluktuacionu funkciju

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{(N-n+1)n} \sum_{i=1}^{N-n+1} \sum_{l=1}^l (y_{n,i}(l))^2}. \quad (2.6)$$

Povećavajući segment dužine n funkcija $F(n)$ takođe raste. Kada analizirana serija prati zakon skaliranja, DFA funkcija je stepenog tipa, tj. $F(n) \propto n^\alpha$, sa $0 \leq \alpha \leq 1$. U slučaju kratkodometno korelisanih podataka (ili nekorelisanih podataka), detrendovana šetnja pokazuje osobine standardne slučajne šetnje (belog šuma), dok se $F(n)$ ponaša kao $n^{1/2}$.

Za podatke koju su stepenog zakona dugodometnih korelacija očekuje se $\alpha > 0.5$, dok za slučaj dugodometnih antikorelacija imamo $\alpha < 0.5$. Kada skaliranje postoji, eksponent α , je direktno povezan sa Hurst-ovim eksponentom H .

2.3 DMA metode

Originalna analiza detrednovane pokretne srednje vrednosti (DMA, eng. Detrended Moving Average) je osmišljena [99] da bi se otklonili nedostaci standardne DFA tehnike, tj. činjenice da kriva napravljena od DFA lokalnih trendova ima diskontinuitete na pozicijama $i = nk$ ($k = 1, 2, \dots$). To može dovesti do pogrešnog određivanja vrednosti eksponenta skaliranja α , posebno na malim skalama n , ili na malim skupovima podataka [100].

Funkcionisanje DMA algoritama se svodi na procenjivanje generalizovane varijanse dugodometne korelisane vremenske serije $y(i)$ oko pokretne srednje vrednosti:

$$\tilde{y}_n(i) = \frac{1}{n} \sum_{k=-\theta n}^{n-1-\theta n} y(i-k), \quad (2.7)$$

gde n predstavlja veličinu pokretnog prozora na kojem računamo srednju vrednost, dok sa parametrom θ , gde je $0 \leq \theta \leq 1$, određujemo referentnu tačku pokretne srednje vrednosti. Vremenska serija $y(i)$ je detrendovana tako što se oduzme $\tilde{y}(i)$, pa redefinisano standardnu devijaciju $y(i)$ oko pokretne srednje vrednosti $\tilde{y}(i)$ dobijamo računajući:

$$\sigma_{DMA} = \sqrt{\frac{1}{N-n} \sum_{i=(1-\theta)n}^{N-\theta n} [y(i) - \tilde{y}_n(i)]^2}, \quad (2.8)$$

gde $\tilde{y}_n(i)$ dobijamo iz opšte jednačine (2.7), za različite vrednosti veličine pokretnog prozora n na kojem računamo srednju vrednost. Funkcija σ_{DMA} je računata za različite vrednosti pokretnog prozora n na intervalu $[(1-\theta)n, N-\theta n]$, gde N predstavlja dužinu cele serije.

Funkcija σ_{DMA} pokazuje stepenu zavisnost sa eksponentom H na n ($\sigma_{cDMA} \propto n^H$), gde je H Hurst-ov eksponent koji govori o dugodometnim korelacionim svojstvima $y(i)$. Kada je $0.5 < H < 1$ kažemo da proces ima pozitivnu dugodometnu korelaciju tj. korelisan je, dok $0 < H < 0.5$ znači da proces ima dugodometnu negativnu korelaciju ili antikorelisanost. Vrednost od $H = 0.5$ korespondira nekorelisanom Brown-ovom procesu.

Hurst-ov eksponent H računamo kao koeficijent pravca iscrtanih vrednosti σ_{DMA} kao funkciju od n ($\sigma(n)$) na log-log ose (primeri u Prilogu A). Vrednosti n za koje se računa

H	θ		
	0	0.5	1
0.1	0.1180±0.0004	0.132±0.002	0.129±0.002
0.3	0.2946±0.0008	0.3080±0.0002	0.308±0.002
0.5	0.493±0.002	0.4981±0.0004	0.508±0.002
0.7	0.6811±0.0009	0.700±0.001	0.698±0.003
0.9	0.831±0.002	0.900±0.003	0.850±0.004

Tabela 2.1: Vrednosti Hurst-ovog eksponenta dobijene programom koji koristi DMA algoritam. Hurst-ov eksponent je računat kao koeficijent pravca log-log zavisnosti standardne devijacije ($\sigma(n)$) od veličine prozora n za položaje prozora, čija se referentna tačka nalazi na levom kraju $\theta = 0$, na sredini $\theta = 0.5$ i na desnom kraju $\theta = 1$, u odnosu na zadatu veštački generisanu vremensku seriju sa Hurst-ovim eksponentom, koji uzima vrednosti $H \in \{0.1 \dots 0.9\}$.

σ_{DMA} , u ovoj disertaciji, odgovaraju karakterističnim intervalima ispitivanih vremenskih serija.

Tabela 2.1 prikazuje rezultate male analize sprovedene na veštački generisanim serijama dužine 10^6 , u kojoj se upoređuje uticaj odabira referentne tačke na određene vrednosti Hurst-ovog eksponenta H . Opširnije analize rađene su u [101]. Opšti zaključak je da vrednost $\theta = 0.5$, tj. kada se referentna tačka nalazi u centru, najbolje predstavlja vrednost Hurst-ovog eksponenta za zadatu seriju. U modifikacijama DMA metode koje će biti predstavljene u narednim poglavljima korišćena je vrednost θ od 0.5, koja će biti predstavljena oznakom cDMA (eng. *centered DMA*).

3 Određivanje spektra snage i dominantnih energetske lokacija vremenskih serija - WT metoda

Kontinualni vejtlet transform diskretne sekvence $R(k)$ definisan je kao konvolucija signala $R(k)$ sa vejtlet funkcijama $\psi_{a,b}(k)$ na sledeći način:

$$W_P(a,b) = \sum_{k=0}^{N-1} R(k)\psi_{a,b}^*(k), \quad (2.9)$$

gde su a i b , skala i parametar translacije u vremenu (koordinate), a N ukupna dužina proučavane vremenske serije, dok zvezdica označava kompleksno konjugovanu vrednost. Vejtlet funkcije $\psi_{a,b}(k)$, korišćene u jednačini (2.9), povezane su sa

skaliranom i translatovanom verzijom osnovnog-vejvleta $\psi_0(k)$, preko

$$\psi_{a,b}(k) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi_0\left(\frac{k-b}{a}\right). \quad (2.10)$$

U disertaciji su korišćeni standardni setovi DOG (eng. derivatives of Gaussian, tj. izvodi Gausijana) i Morlet vejvlet funkcija, jer su se pokazali najpogodniji za proučavanje korišćenih podataka. Realna DOG vejvlet funkcija [102] vraća samo informaciju o jednoj komponenti i pogodna je za izdvajanje pikova i diskontinuiteta, dok kompleksna Morlet vejvlet funkcija vraća informaciju i o amplitudi i fazi, pa je više prilagođena za detektovanje oscilatornog ponašanja. Takođe, dokazano je da Morlet vejvlet funkcija [103, 104] poseduje optimalnu vremensko-frekventnu lokalizaciju [94, 105], pa je vrlo pogodna za detekciju lokacija i prostornih distribucija singulariteta u vremenskim serijama [106].

Relativni doprinos energije signala koja se nalazi na određenoj skali a i lokaciji b , dat je dvodimenzionalnom funkcijom vejvlet gustine energije:

$$E_W(a) = W^2(a, b). \quad (2.11)$$

Grafički prikaz $E_W(a)$ predstavlja skalogram. U praksi, sve funkcije koje se razlikuju od $W^2(a, b)$ za konstantan multiplikativan faktor se takođe zovu saklogrami. Ako skalogram integralimo preko a i b koristeći konstantu prihvatljivosti C_g , dobijamo ukupnu energiju signala:

$$E = \frac{1}{C_g} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} W^2(a, b) \frac{da}{a^2} db, \quad (2.12)$$

gde konstanta prihvatljivosti zahteva važenje nejednakosti:

$$C_g = \int_0^{\infty} \frac{\hat{\psi}_0(f)}{f} df < \infty, \quad (2.13)$$

dok je $\hat{\psi}_0(f)$ Furijeov transform $\psi_0(k)$ tj.

$$\hat{\psi}_0(f) = \int_{-\infty}^{infy} \psi_0(k) e^{-i(2\pi f)k} dk. \quad (2.14)$$

Konstanta prihvatljivosti nam govori da vejvlet nema nultu komponentu frekvencije $\psi_0(0) = 0$, ili drugačije rečeno vejvlet $\psi_0(k)$ mora da ima nultu srednju vrednost.

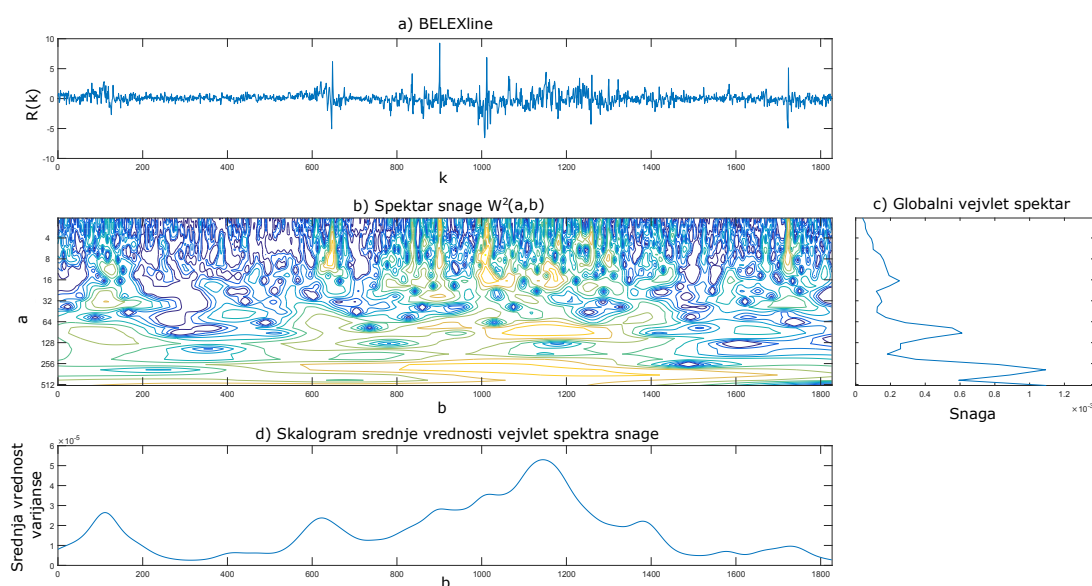
Na Slikama 3.1 a) i b) je predstavljena vremenska serija logaritamskih povraćaja berzanskog indeksa BELEXline $R(k)$, sa odgovarajućim skalogramom spektra snage

$W^2(a,b)$. Površina skalograma naglašava lokacije i skale dominantnih energetskih osobina BELEXline vremenske serije.

Realtivni doprinos ukupnoj energiji koju sadrži vremenska serija na specifičnoj skali a je dat distribucijom energije u zavisnosti od skale:

$$E(a) = \frac{1}{C_g} \int_{-\infty}^{\infty} W^2(a,b) db. \quad (2.15)$$

Pikovi u $E(a)$ označavaju dominantne energetske skale u vremenskoj seriji.



Slika 3.1: a) Vremenska serija logaritamskih povraćaja BELEXline berzanskog indeksa. b) Vejvlet spektar snage $W^2(a,b)$, BELEXline berzanskog indeksa, koristeći Morlet vejvlet, normalizovan sa $1/\sigma^2$. c) Globalni vejvlet spektar, konstruisan koristeći vejvlet spektar snage sa Slike b), koji predstavlja dobru procenu „pravog” spektra snage. d) Skalogram srednje vrednosti vejvlet spektra snage datog na Slici b).

Jedan od načina da uporedimo vejvlet energetski spektar vremenske serije zavisan od skale $E(a)$ sa Furijeovim energetskim spektrom vremenske serije $E_F(f)$, je taj u kome je potrebno da odredimo energetski vejvlet spektar zavisan od frekvencije $E_W(f)$. Da bi ovo uradili, potrebno je prvo da izvršimo konverziju između a skale vejvleta i karakteristične frekvencije vejvleta. Jedna od najčešće korišćenih karakterističnih frekvencija je drugi moment površine energetskog spektra tj. filter centralnog opsega (eng. passband centre) energetskog spektra:

$$f_c = \sqrt{\frac{\int_0^{\infty} f^2 |\hat{\psi}_0(f)|^2 df}{\int_0^{\infty} |\hat{\psi}_0(f)|^2 df}}, \quad (2.16)$$

gde vidimo da je f_c samo standardna devijacija energetskog spektra oko vertikalne ose.

Spektralne komponente su inverzno proporcionalne dilataciji, tj. $f \propto 1/a$, i ako iskoristimo filter centralnog opsega, karakteristična frekvencija koja je povezana sa vejevletom arbitrarne skale a je data kao

$$f = \frac{f_c}{a}, \quad (2.17)$$

gde f_c postaje konstanta skaliranja, a f karakteristična frekvencija vejevleta na skali a .

Takođe, može se videti iz jednačina (2.12) i (2.15) da ukupnu energiju sistemu možemo da dobijemo i kao

$$E = \int_0^\infty E(a) \frac{da}{a^2}. \quad (2.18)$$

Smenom $f = f_c/a$ i $da/a^2 = -df/f_c$ i menjajući granice integrala da bi se rešili negativnog znaka dobijamo ovu jednačinu u obliku frekvencija filtera opsega:

$$E = \int_0^\infty E_W(f) df, \quad (2.19)$$

definišući $E_W(f) = E(a)/f_c$ za $f = f_c/a$. Grafik vejevlet energije $E_W(f)$ od f ograničava površinu koja je jednaka ukupnoj energiji vremenske serije i koja se može direktno porediti sa Furijeovim energetskim spektrom $E_F(f)$ vremenske serije. Iz jednačine (2.12) dobijamo da je ukupna energija vremenske serije:

$$E = \frac{1}{C_g f_c} \int_{-\infty}^\infty \int_0^\infty W^2(f, b) df db, \quad (2.20)$$

gde je $W(f, b) = W(a, b)$ za $f = f_c/a$. Može se primetiti i da površina gustine energije u vremensko-frekventnoj ravni, definisana kao

$$E(f, b) = \frac{W^2(f, b)}{C_g f_c}, \quad (2.21)$$

sadrži zapreminu jednaku ukupnoj energiji vremenske serije tj.

$$E = \int_{-\infty}^\infty \int_0^\infty E(f, b) df db. \quad (2.22)$$

Ova površina gustine energije se može direktno uporediti sa površinom gustine energije Furijeovog transformata (spektrograma). Treba napomenuti da skalogram u zavisnosti od skale $E(a, b)$, i distribucija energije u zavisnosti od skale $E(a)$, za razliku od njihovih vremensko-frekventnih parova $E(f, b)$ i $E_W(f)$, ne zatvaraju, respektivno, zapremine i površine proporcionalne energiji signala. Zapravo, način na koji su iznad definisane $E(f, b)$ i $E_W(f)$ nam govori da one ograničavaju zapreminu i, respektivno, površinu koja

je tačno jednaka energiji vremenske serije. Međutim, i pored toga, i pikovi u $E(a, b)$ i $E(a)$ i pikovi u $E(f, b)$ i $E(f)$ odgovaraju „najenergetskijim” delovima vremenske serije. Dakle, koristitimo i skalogram i distribuciju energije zavisne od skale radi određivanja distribucije energije relativne u odnosu na skalu vejevleta.

U praksi signali su konačnih dužina, pa se za karakterizaciju vremenske serije češće koristi spektar snage. Spektar snage predstavlja spektar energije podeljen sa vremenskim periodom serije koja se proučava. Površina koju ograničava spektar snage daje srednju energiju po jedinici vremena vremenske serije. Za vremensku seriju dužine τ , vejevlet spektar snage je

$$P_W(f) = \frac{1}{\tau} E_W(f) = \frac{1}{\tau f_c C_g} \int_0^\tau W^2(f, b) db. \quad (2.23)$$

Na Slici 3.1 c) prikazan je grafik globalnog vejevlet spektra, tj. gustine vejevlet spektara snage u zavisnosti od skale i on sadrži iste pikove kao grafik distribucije energije u zavisnosti od skale. Površina koju ograničava grafik (Slika 3.1 c)) jednaka je ukupnoj snazi vremenske serije.

Treba napomenuti da se u praksi varijansa vejevleta, koja se za kontinualni vejevlet transform definiše kao:

$$\sigma^2(a) = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau W^2(a, b) db, \quad (2.24)$$

često koristi radi određivanja dominantnih skala u vremenskoj seriji, imajući u obzir da je τ dovoljno veliko da se dobije razumna procena za $\sigma^2(a)$. Kao što se može primetiti izraz (2.24) je dosta sličan izrazima distribucije energije u zavisnosti od skale (2.15) i gustine spektra snage (2.23), pošto se od njih razlikuje samo za konstantan multiplikativni faktor.

Za proučavanje fluktuacije u snazi u okviru nekog opsega skala, može se definisati skalogram srednje vrednosti vejevlet spektra snage (Slika 3.1 d)) kao otežinjena suma vejevlet spektra snage u okviru definisanog opsega skala. Može se pokazati da je skalogram srednje vrednosti vejevlet spektra snage u stvari vremenska serija srednje varijanse određenog opsega, tako da se ona može koristiti da se prouče modulacije jedne vremenske serije od strane neke druge vremenske serije, ili modulacije jedne frekvencije od strane neke druge u okviru iste vremenske serije.

Na kraju, da bi se dobili rezultati koji bi mogli da se porede sa DFA i DMA metodama koje su opisane u prethodnim poglavljima, skalogram $E_W(a)$, kao što smo videli, može da se poveže sa odgovarajućim Furijeovim spektrom snage $E_F(\omega)$ formulom

$$E_W(a) = \int E_F(\omega) |\hat{\psi}(a\omega)|^2 d\omega. \quad (2.25)$$

Ova formula implicira da ako dva spektra, $E_W(a)$ i $E_F(\omega)$, iskazuju ponašanje po stepenom zakonu, onda treba da imaju isti eksponent stepenog zakona β , uporediv sa eksponentima skaliranja H i α preko jednačine skaliranja

$$H = (\beta + 1)/2. \quad (2.26)$$

4 Određivanje lokalnih Hurst-ovih eksponanata skaliranja -tdDMA metoda

Metoda koja pruža uvid u lokalnu kompleksnost vremenske serije koju želimo da analiziramo je tdDMA (tdDMA, od eng. *time-dependent DMA*) metoda.

tdDMA algoritam [107] kojim dobijamo niz lokalnih, vremenski zavisnih Hurst-ovih eksponenata se sastoji iz sledećih koraka:

1. U slučaju kada imamo vrednosti logaritamskih povraćaja $R(k)$ (eng. *log-returns*) vremenske serije, prvo se konstruiše serija kumulativnih suma

$$y(i) = \sum_{k=1}^i R(k), i = 1, 2, \dots, N., \quad (2.27)$$

2. Seriju $y(i)$ razdvojimo na podskupove koje obuhvata klizajući prozor veličine N_s , koji se pomera sa korakom δ_s po vremenskoj seriji. Time postizemo da dobijamo Hurst-ov indeks za prozor koji je manje veličine, ali koji je povezan sa vremenski lociranim procesima oko tog vremenskog trenutka.
3. Za svaki od vremenskih prozora veličine N_s vršimo sledeće proračune:

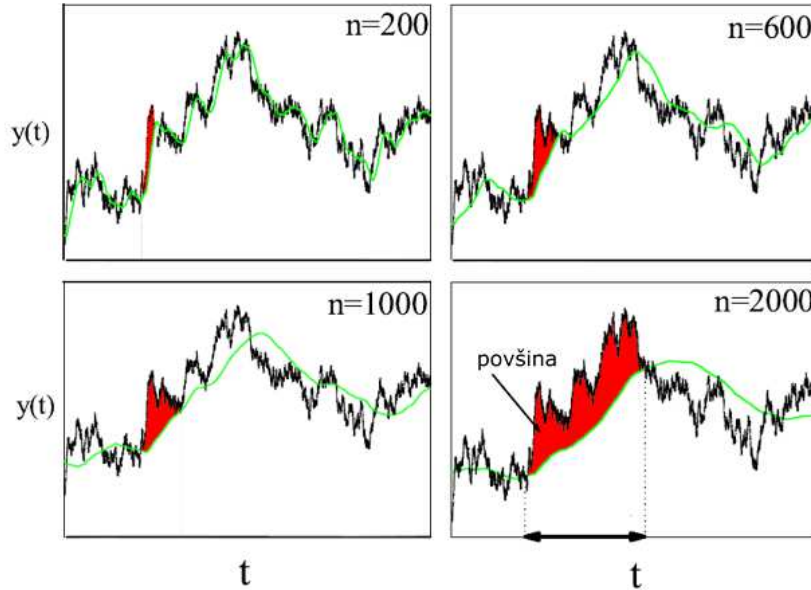
- (a) Računamo funkciju srednje vrednosti $\hat{y}(i)$ pokretnog prozora veličine n ($n < N_s$)

$$\hat{y}(i) = \frac{1}{n} \sum_{k=-n\theta}^{n(1-\theta)} y(i-k), \quad (2.28)$$

gde $\theta \in [0, 1]$ određuje položaj vremenskog prozora.

- (b) Dobijamo rezidualnu (pomoćnu) vremensku seriju $e(i)$, koja predstavlja detrendujućii niz vremenske serije $y(i)$ oduzimanjem njegove funkcije srednje vrednosti $\hat{y}(i)$

$$e(i) = y(i) - \hat{y}(i), \quad (2.29)$$



Slika 4.1: Grafički primer srednjih vrednosti po prozorima koje su određene relacijom (2.28). Na prozoru (a) su identifikovani klasteri duzine $n = 200$. To je zapravo površina koja se nalazi između krive srednjih vrednosti i krive vremenske serije indeksa berzi. Na ostale tri umetnute slike (b,c,d) su grafički prikazani klasteri veličine $n = 600, 1000, 2000$.

uz uslov da indeksi ne izađu iz intervala prozora u okviru vremenske serije $n - n\theta \leq i \leq N_s - n\theta$. U ovom koraku smo vremenskoj seriji odstranili trendovsko ponašanje stvarajući klaster, čije jedinične elemente smo identifikovali promenom znaka ove rezidualne vremenske serije.

- (c) Delimo rezidualnu seriju na preklapajuće segmente (prozore) dužine n , i računamo funkciju standardne devijacije oko pokretne srednje vrednosti

$$\sigma_{DMA}(n) = \sqrt{\frac{1}{N_s - n} \sum_{i=n(1-\theta)}^{N_s - n\theta} [e_n(i)]^2} \quad (2.30)$$

Ostupanje od trenda možemo pratiti rezidualnom serijom. Na osnovu vrednosti standardne devijacije možemo zaključiti o kakvom procesu je reč, da li je slučajan proces ili je proces sa memorijom.

- (d) Za velike vrednosti n , funkcija $\sigma_{DMA}(n)$ je relacija skaliranja koja prati stepeni zakon $\sigma_{DMA}(n) \propto n^H$, pa prikazom zavisnosti na graficima gde je na osama uneta log-log podela možemo da izračunamo koeficijent pravca koji predstavlja Hurst-ov eksponent H za svaki pojedinačni vremenski prozor.

4. Seriju lokalnih Hurst-ovih eksponenata dobijamo računajući vrednost H za svaki od klizajućih (tekućih) prozora N_s duž serije $y(i)$ sa korakom δ_s .

Minimalna veličina svakog podskupa N_{min} definiše se preko uslova da zakon skaliranja $\sigma(n) \propto n^H$ važi u tom podskupu, dok se preciznost tehnike postiže odgovarajućim izborom N_{min} i δ_{min} [108].

U ovoj disertaciji vrednosti prozora n pri računanju lokalnih Hurst-ovih eksponenata su uzete da odgovaraju karakterističnim intervalima koji su detektovani ili cDMA metodom ili vejllet spektrom snage.

Glava 3

Analiza i klasifikacija nacionalnih tržišta

1 Povezanost osobine skaliranja sa nivoom rasta i zrelosti ekonomije

U ovom delu su analizirane osobine skaliranja vremenskih serija berzanskih indeksa nerazvijenih zemalja Zapadnog Balkana, i rezultati dobijeni tim analizama upoređeni su sa rezultatima analognih istraživanja za razvijene ekonomije. Korišćene su tri različite tehnike analize podataka da bi se ostvarili rezultati i verifikovala saznanja: metoda detrendovane fluktuacione analize (DFA, eng. *Detrended Fluctuation Analysis*), metoda analizom detrendovane pokretne srednje vrednosti (DMA, eng. *Detrended Moving Average*), i analiza vejtlet transformacijom (WT, eng. *Wavelet Transform*).

Na dnevnim podacima berzanskih indeksa prvo je korišćena DFA, dobro poznata metoda odstranjivanja trenda koja za cilj ima određivanje samosličnosti stohastičkih procesa. Zatim upotrebljena je DMA metoda, koja je uvedena u skorijim istraživanjima ([100]) radi verifikacije rezultata dobijenih DFA metodom, posebno na manjim vremenskim skalama. Tako da je u daljem postupku korišćena varijacija standardne metode DMA, pod nazivom tehnika centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti (cDMA, eng. *centered DMA*) [109], koja koristi pokretnu srednju vrednost da ukloni trendove u podacima definisanjem detrendovane krive na segmentu veličine n kao:

$$y_n(i) = x(i) - \frac{1}{n} \sum_{j=-(n-1)/2}^{(n-1)/2} x(i+j), \quad (1.1)$$

Tabela 3.1: Osnovne karakteristike analiziranih vremenskih serija berzanskih indeksa.

Ime berzanskog indeksa (ekonomija)	Vremenski period podataka	Broj dana N
BELEXline (Srbija)	1. oktobar 2004 - 30. decembar 2011	1828
BIRS (Republika Srpska)	27. april 2004 - 23. decembar 2011	1839
MONEX 20 (Crna Gora)	9. januar 2004 - 18. oktobar 2013	2423
SASX 10 (Bosna i Hercegovina)	07. februar 2006 - 21. oktobar 2013	1926
CROBEX (Hrvatska)	1. april 2000 - 22. decembar 2011	2991
BUX (Mađarska)	1. april 1997 - 22. decembar 2011	3679
XU 100 (Turska)	4. januar 1988 - 20. oktobar 2013	6441
DAX (Nemačka)	26. novembar 1990 - 30. decembar 2011	5338
CAC 40 (Francuska)	1. mart 1990 - 30. decembar 2011	5526

dok su ostali koraci procedure isti kao u segmentu metoda DMA za $\theta = 0.5$. Prednosti cDMA algoritma se pripisuju boljim performansama niskopropusnosti pokretne srednje vrednosti u poređenju sa polinomalnim filterima [107]. Dobijeni eksponent skaliranja, označen kao Hurst-ov eksponent H , može se direktno uporediti sa DFA eksponentom α .

Dalje je korišćena WT metoda radi analize vremenske serije berzanskih indeksa sa ciljem verifikacije rezultata dobijenih DFA-om i cDMA-om putem nezavisne metode, i stvaranju novog uvida u nalaze metoda detrendovanja.

Na samom kraju ovog poglavlja koristi se vremenski zavisna analiza podataka berzanskih indeksa metodom tdDMA, radi uvida u lokalno ponašanje Hurst-ovog eksponenta skaliranja i proučavanja dinamike evolucije vremenskih serija.

1.1 Podaci

U ovom poglavlju analizirane su finansijske vremenske serije devet berzanskih indeksa: četiri ekonomije u tranziciji Zapadnog Balkana – BELEXline berzanski indeks Republike Srbije, MONEX 20 berzanski indeks Republike Crne Gore, SASX 10 berzanski indeks Federacije Bosne i Hercegovine, i BIRS berzanski indeks njenog entiteta Republike Srpske; tri Evropske ekonomije u razvoju – CROBEX berzanski indeks Republike Hrvatske, BUX berzanski indeks Republike Mađarske, i XU 100 berzanski indeks Republike Turske; i dve razvijene ekonomije – DAX berzanski indeks Nemačke ekonomije i CAC 40 berzanski indeks Francuske. Svi navedeni indeksi predstavljaju opšte indekse akcija. Tabela 3.1 prikazuje osnovne podatke vremenskih serija koje su analizirane.

Procenjivanje osobine skaliranja datih vremenskih serija berzanskih indeksa počinje analiziranjem serija logaritamskih povraćaja $R(t)$ berzanskih indeksa $S(t)$, računatih

[110] kao razliku logaritamskih vrednosti berzanskih indeksa u vremenu $t + \Delta t$ i t :

$$R(t) = \log S(t + \Delta t) - \log S(t) = \log(S(t + \Delta t)/S(t)), \quad (1.2)$$

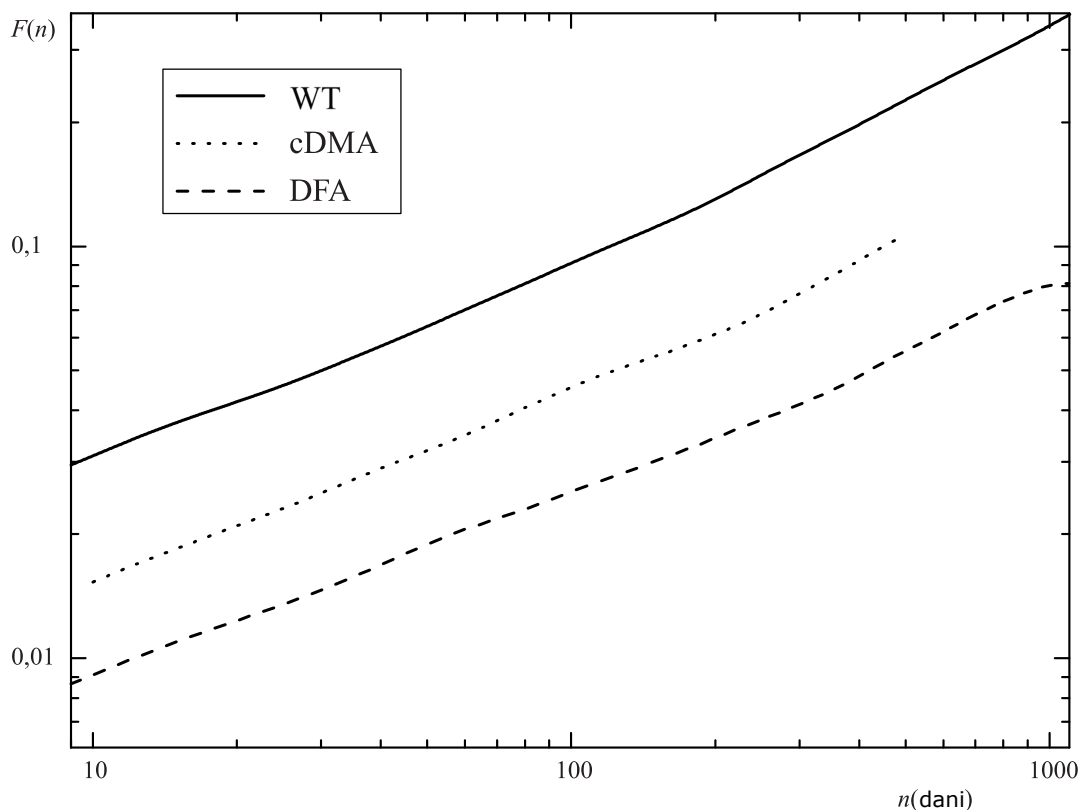
gde je $S(t)$ formirana cena dana t na zatvaranju, a lag period Δt jedan radni dan, vremenski interval u kojem je beležena vrednost indeksa $S(t)$. Sve analizirane vremenske serije vrednosti berzanskih indeksa $S(t)$ su javno dostupne (sa zvaničnih sajtova berzi), i date u lokalnim valutama. Korišćene vremenske serije obuhvataju više grupa razvijenosti berzanskih indeksa, a njihovi vremenski periodi zavise od vremena njihovog nastajanja (pogledati Tabelu 3.1). Sve originalne vremenske serije berzanskih indeksa i njihove logaritamske povraćaje možete videti u Prilogu A.

1.2 Osobine skaliranja vremenskih serija berzanskih indeksa

Rezultati koji su dobijeni ovom analizom potvrđuju postojanje skaliranja vremenskih serija berzanskih indeksa koje su rađene u prethodnim studijama [44, 111, 45, 46, 74, 75, 76, 77]. U svim analiziranim slučajevima pronađena je stepena zavisnost DFA i cDMA funkcija i WT spektra snage, i izračunati su eksponenti skaliranja α , H , i β sa log-log grafika tih funkcija. Primer tipičnih rezultata koji su dobijeni za sve korišćene podatke iz ovog poglavlja, dat je na Slici 1.1, gde su zajedno prikazane DFA, cDMA i WT funkcije za DAX vremensku seriju, a za sve log-log grafike cDMA funkcija odgovarajućih vremenskih serije berzanskih indeksa pogledajte Prilog A. Na Slici 1.1 WT funkcija je preračunata tako da se njen nagib može direktno porediti sa nagibima iz DFA i cDMA funkcija, koristeći jednačinu skaliranja $\alpha = (\beta + 1)/2$.

Takođe, pronađene su razlike u osobinama skaliranja analiziranih serija. Na Slici 1.2, zajednički rezultati DFA, cDMA i WT metoda su ponovljeni. Kolone Slike 1.2 prikazuju grafike dobijenih DFA, cDMA i WT funkcija, kao funkcije skala, respektivno, dok redovi korespondiraju ilustrovanim primerima tri analizirane kategorije berzi - srpski BELEXline indeks, predstavnik tranzicionalnih berzi Zapadnog Balkana, hrvatski CROBEX indeks, predstavnik evropskih berzi u razvoju, i francuski CAC 40 indeks, predstavnik berzi razvijenih ekonomija sveta.

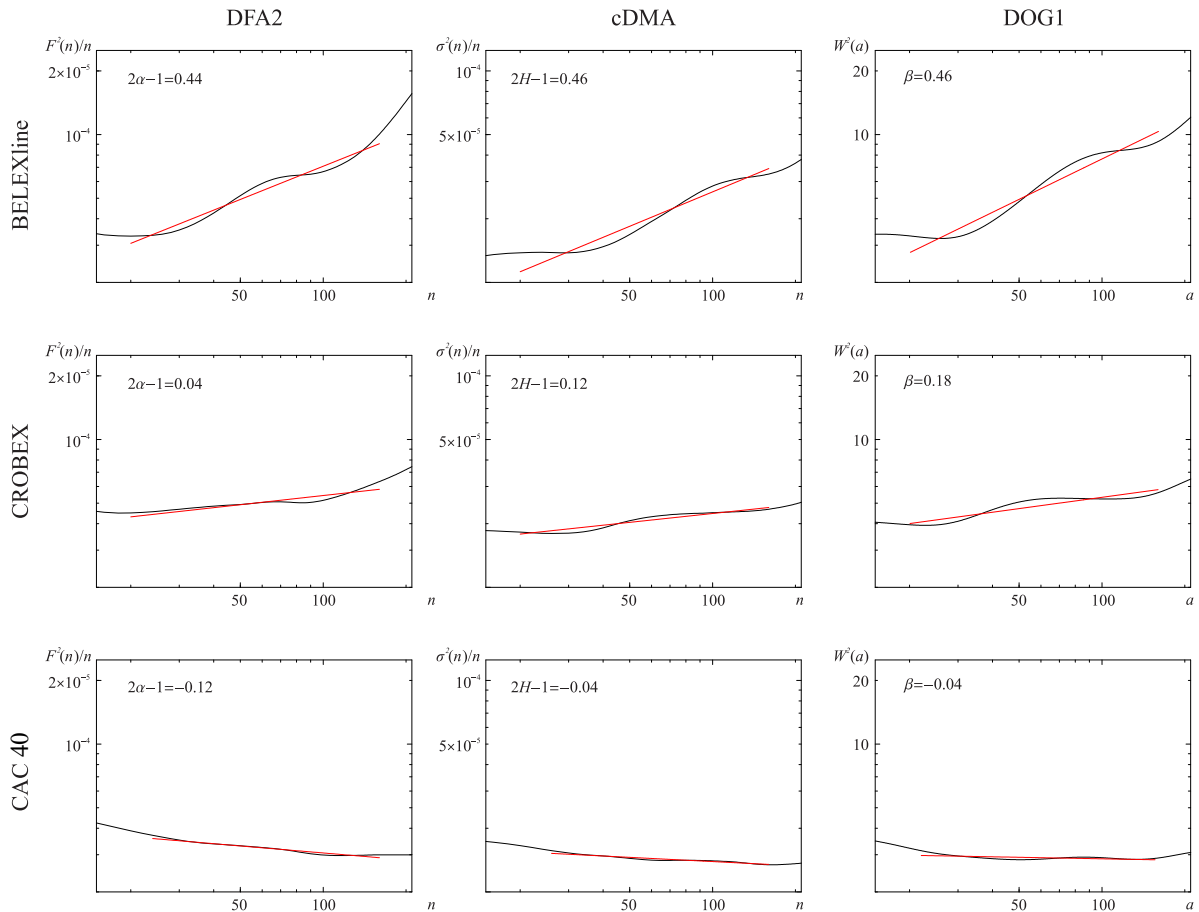
Korišćena je DFA funkcija drugog reda (označena DFA2), i osnovni vejevlet je napravljen od DOG (eng. derivatives of Gaussian, tj. izvodi Gausijana) vejevleta prvog reda (označen DOG1). Grafici na Slici 1.2 prikazuju samo opseg skala kod kojih su prave linije fitovane funkcijama skaliranja, tj. samo opseg malih skala. Proučavanje je ograničeno na osobine skaliranja serija berzanskih indeksa na ovaj opseg skala zato što,



Slika 1.1: Demonstriranje prisustva skaliranja u podacima posmatrajući ponašanja DFA, cDMA i WT funkcija za DAX podatke. WT funkcija je preračunata tako da se njen nagib može direktno porediti sa nagibima iz DFA i cDMA funkcija, koristeći jednačinu skaliranja $\alpha = (\beta + 1)/2$.

imajući u vidu srednje dužine serija berzanskih indeksa koje su analizirane (gde je N reda 10^3), možemo očekivati da dobijemo statistički relevantne rezultate u ovom opsegu [112, 100]. Dodatno, birajući opseg fitovanja za svaki slučaj posebno, uzeto je u obzir ponašanje sve tri funkcije skaliranja (na primer, neke od prezentovanih funkcija imaju krossovere, verovatno usled pripreme podataka [113], koji takođe limitiraju opseg mogućih skala). Saznanja i rezultati su prikazani u Tabeli 3.2.

Ponašanje skaliranja DFA, cDMA i WT funkcija pokazuje na postojanje korelacija u vremenskim serijama berzanskih indeksa. Vrednosti eksponenta skaliranja, računatih kao nagibi odgovarajućih funkcija skaliranja, kvantifikuju razliku u tipu korelisanog ponašanja serije berzanskih indeksa različitih ekonomija. Naime, vrednosti eksponenta skaliranja opadaju sa nivoom razvijenosti analizirane berze, smanjujući se od $\alpha, H > 0.5$ ili $\beta > 0$, i prelazeći $\alpha, H = 0.5$ ili $\beta = 0$ liniju, kako se pomeramo sa zemalja novih nacionalnih ekonomija u tranziciji i razvoju Zapadnog Balkana ka razvijenim



Slika 1.2: Slika iz tri dela koja ilustruje pristustvo različitih tipova skaliranja na podacima berzanskih indeksa. Kolone daju DFA2, cDMA, i DOG1 funkcije (kao funkcije skale), dok redovi odgovaraju ilustrativnim slučajevima berzanskih indeksa tri kategorije analiziranih berzi - BELEXline indeks, CROBEX indeks, i CAC 40 indeks. DFA i cDMA funkcije leve i centralne kolone su prikazane u formi $F^2(n)/n$ u odnosu na n , i $\sigma^2(n)/n$ u odnosu na n , da bi bilo moguće prosto vizuelno poređenje sa ponašanjem $W^2(a)$ funkcije, date u desnoj koloni. Prave linije predstavljaju linearni fit metodom najmanjih kvadrata na prikazane funkcije.

ekonomijama Evrope. Vidi se promena od izraženog dugodometnog korelisanog ponašanja, ustanovljenog kod BELEXline, BIRS i MONEX 20 vremenskih serija, preko blago naglašenom dugodometnom korelisanom ponasanju ustanovljenom kod SASX 10, CROBEX, BUX i XU 100 vremenskih serija, do nekorelisanog ili blago dugodometno antikorelisanog ponasanja ustanovljenom kod DAX i CAC 40 vremenskih serija (videti Sliku 1.2).

Vrednosti dobijenih eksponenata skaliranja za sve metode analiza koje su korišćene, i za sve analizirane podatke, su date u Tabeli 3.2. Da bi se olakšalo upoređivanje dobijenih rezultata, Tabela 3.2 daje, pored navedenih dobijenih vrednosti WT eksponenata β , njihove odgovarajuće izračunate (koristeći jednačinu skaliranja) vrednosti $\alpha(H)$. Za

Tabela 3.2: Vrednosti eksponenata skaliranja računatih korišćenjem DFA, cDMA, tdDMA i WT metoda, za sve analizirane podatke berzanskih indeksa.

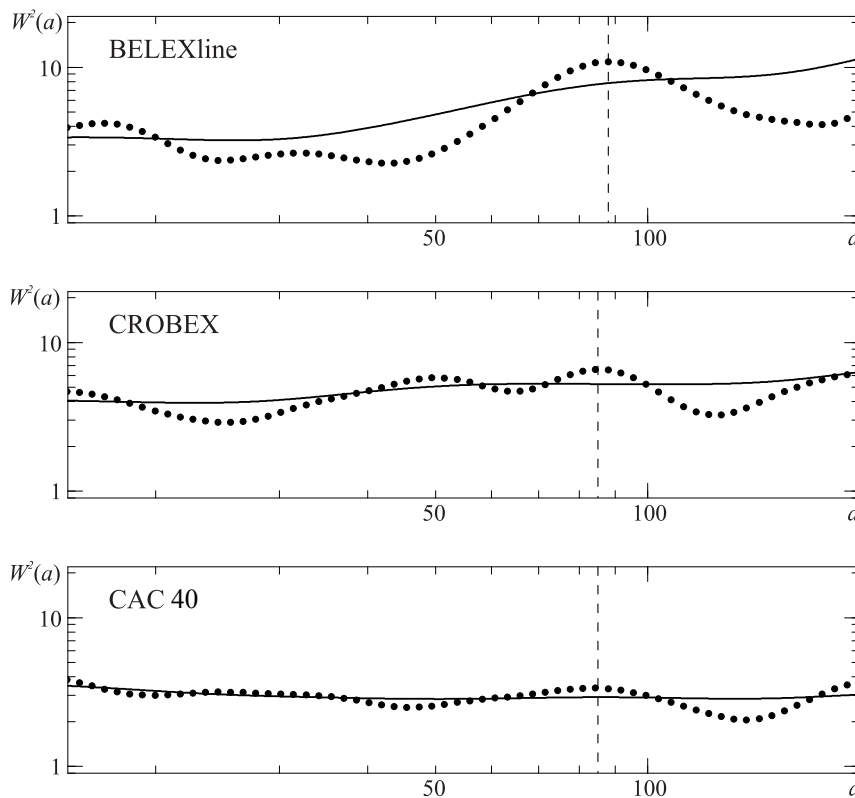
Berzanski indeks	Opseg fitovanja	α	H	$\langle H \rangle$	(β)	$\beta_{\alpha/H}$
BELEXline	10-170	0.72	0.73	0.73	(0.46)	0.73
BIRS	10-230	0.69	0.69	0.69	(0.36)	0.68
MONEX 20	10-240	0.66	0.65	0.62	(0.30)	0.65
SASX 10	10-200	0.56	0.55	0.54	(0.12)	0.56
CROBEX	10-300	0.52	0.56	0.55	(0.18)	0.59
BUX	10-500	0.55	0.54	0.53	(0.10)	0.55
XU 100	10-500	0.53	0.54	0.52	(0.10)	0.55
DAX	10-500	0.45	0.47	0.46	(0)	0.50
CAC 40	10-500	0.44	0.48	0.46	(-0.04)	0.48

predstavljene podatke, dobijeni DFA i cDMA eksponenti su generalno slični, i malo se razlikuju od vrednosti dobijene WT analizom. Predstavljene DFA i cDMA rezultati se ne razlikuju previše, kao što je ranije predstavljeno [100], osim na veoma malim skalama ($n < 10$). Ove oblasti su izbačene iz analize; ako ima potrebe da se uzmu u obzir, mogli bi ih dobiti, prateći Bashan et al. [100], koristiti vrednosti dobijene WT metodom kao tačnom za vrlo male skale, i u tom slučaju skala bi mogla da se smanji na $n \approx 5$.

1.3 Trendovi u skaliranju: ciklusi u podacima berzanskih indeksa

Kod svih analiziranih podataka berzanskih indeksa, primećeni su indikatori uticaja periodičnih trendova tih podataka. Kao što je ranije predstavljeno [114], ako vremenska serija poseduje ugrađen periodičan trend, to će se na specifičan način ogledati u ponašanju funkcija skaliranja - za metode detrendovanja, funkcije skaliranja će prikazati postojanje tri prevojne tačke, čije pozicije zavise isključivo od perioda T ugrađenog trenda. Takvo ponašanje uočava se u prikazanim DFA i cDMA funkcijama. Oblasti uticaja periodičnih trendova mogu se videti na graficima DFA i cDMA funkcija, u levoj i centralnoj koloni Slike 1.2, i kako povećavanje nagiba funkcije skaliranja, prati naglo opadanje, na isti ili drugačiji nivo od početnog. Postojanje periodičnih trendova, u korišćenim i prikazanim slučajevima i podacima, takođe se primećuje u desnoj koloni Slike 1.2, kao ispupčenje u WT funkcijama, na skalama $n \approx 90$. Imajući na umu da je jedinica skale vreme od jednog dana, dobijamo da se to odnosi na period od $T \approx 90$ dana.

Pošto je prema dostupnoj literaturi (koliko je to moguće utvrditi) ovo novo saznanje, dodatan trud je uloženo da bi se zapažanje detaljno opisalo a kasnije dodatno istražilo, koristeći veći set podataka u sledećem poglavlju.



Slika 1.3: Rezultati poređenja skalograma prvog (DOG1, puna linija) i desetog (DOG10, mali kružići) reda primenjene vejtlet funkcije, za tri tipična primera analiziranih podataka berzanskih indeksa. Može se primetiti da primene vejtlet funkcija višeg reda doprinose isticanju izmena u ponašanju skaliranja WT funkcija, upućivajući na postojanje eksternih trendova. Isprekidana uspravna linija označava vremenski period od $T_p \approx 90$ dana, koji je vidljiv u svim serijama berzanskih indeksa koje su u ovom poglavlju predstavljene i analizirane.

WT metod je korišćen da se pojasne rezultati. Prednost WT metoda u detektovanju trendova u podacima, posebno periodičnih trendova, leži u sposobnosti da koristi različite osnovne vejtlet funkcije za vejtlet transform. U tom smislu, moguće je pronaći i izabrati set funkcija koje najbolje prate analizirani signal [83, 115], i izbegnu dvosmislene rezultate. DOG vejtleti različitog reda se mogu koristiti da se naglase i ispituju moguće periodičnosti na podacima berzanskih indeksa. Rezultati ovakvog pristupa su dati na Slici 1.3, kod koje WT spektar snage prvog (DOG1) i desetog (DOG10) reda su prikazani, za tri reprezentativne serije berzanskih indeksa (BELEXline, CROBEX i CAC 40). Korišćenje vejtleta višeg reda je dovelo do izmene u ponašanju skaliranja WT funkcija. Jedna od ovih izmena je vidljiva u svim predstavljenim podacima (videti Sliku 1.3); pozicija centara ovih promena su na $T_p \approx 90$ dana. Za serije berzanskih indeksa razvijenih svetskih ekonomija (DAX i CAC 40), ovo je jedini vidljiv efekat korišćenja DOG10 (u odnosu na DOG1), dok kod vremenske

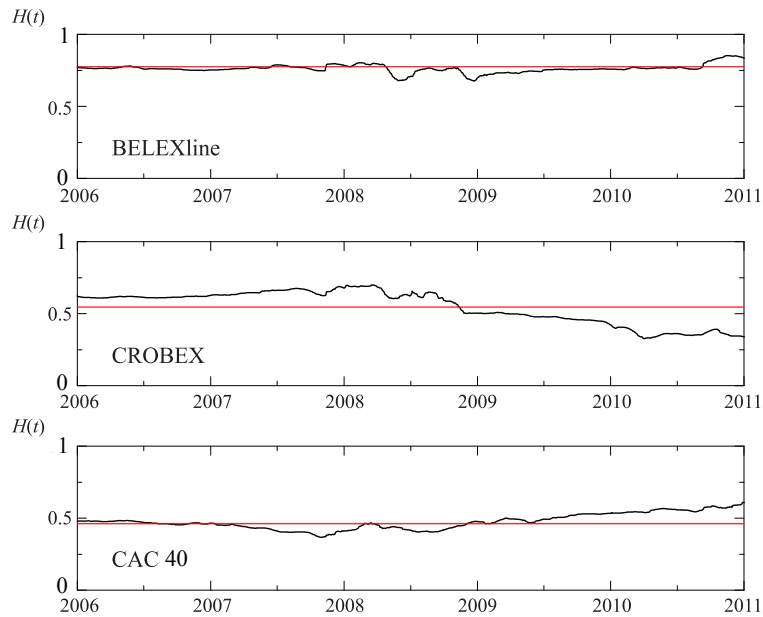
serije berzanskih indeksa evropskih ekonomija u razviću i tranziciji se mogu videti dva (XU 100, BUX i CROBEX) ili tri (BELEXline, BIRS, MONEX 20 i SASX 10) takva efekta, u oblastima skale ispod T_p (videti Sliku 1.3).

1.4 Analiza vremenskih zavisnosti podataka berzanskih indeksa

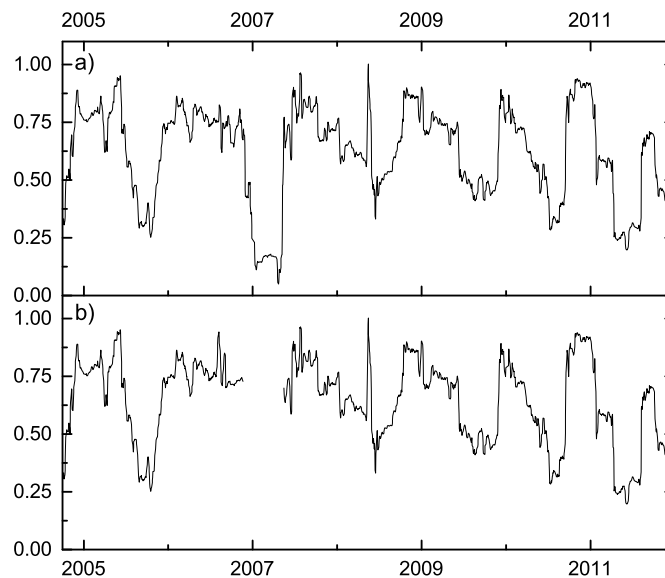
Koristeći predstavljenu tdDMA metodu u Glavi 2 (poglavlje 4), i odabirom prozora veličine do $N_s = 1000$, sa korakom od $\delta_s = 2$ za korišćeni tdDMA algoritam, osobine skaliranja proučavane su u oblasti $n \in [2, 500]$. Rezultati dobijeni za tri reprezentativna primera (BELEXline, CROBEX i CAC 40) su dati na Slici 1.4.

Potvrđeno je (videti Sliku 1.4) prethodno otkriće [107] da, generalno, finansijske vremenske serije imaju vidljivu lokalnu varijabilnost eksponenta skaliranja H , doprinoseći potvrdi da kompleksna dinamika evolucije karakteriše logaritamske povraćaje finansijskih vremenskih serija $R(t)$. Podaci pokazuju (lokalnu) varijabilnost eksponenata H oko izračunate srednje (globalne) vrednosti (prikazane kao horizontalne linije na graficima Slike 1.4 i navedene za sve serije berzanskih indeksa u Tabeli 3.2 pod kolonom $\langle H \rangle$), koja značajno ne zavisi od nivoa razvijenosti analizirane berze. Posmatrano na ovaj način, rezultati ne ukazuju na neke primetne periodične efekte podataka berzanskih indeksa, verovatno implicirajući da su ti efekti, ukoliko postoje, kompleksnije prirode [116].

Još neke mogućnosti koje dobijamo tdDMA analizom mogu se ilustrovati na vremenskoj seriji berzanskog indeksa BELEXline-a u vremenskom intervalu od kraja 2004. godine, do 2012. godine (pogledati Sliku 1.5). Na toj vremenskoj seriji se može uočiti vremenski period kada je Hurst-ov eksponent pokazivao na jako antikorelisano ponašanje berze. Odstranjivanjem dela vremenske serije koja odgovara ovom ponašanju dobijamo grafik Hurst-ovih indeksa u kome nema antikorelisano ponašanje. Na Slici 1.5 možemo videti da je odstranjeni period od 10.10.2006. do 15.05.2007., vreme kada je tehnička vlada bila na vlasti u Republici Srbiji. Slični efekti se mogu pronaći i u drugim kompleksnim sistemima poput neuro-autonomne regulacije [117, 118, 119] bioloških sistema, kod kojih se biološki ritam spontano samoreguliše. Na sličan način može da se shvati i samoregulacija tržišta kada pokušava da funkcioniše bez svih elemenata koji čine slobodnu trgovinu i razmenu.



Slika 1.4: Lokalni nagibi cDMA funkcija, koji daju vremenski zavisne vrednosti Hurst-ovog eksponenta $H(t)$, kao funkciju od vremena. Horizontalne linije predstavljaju izračunate srednje (vremenski usrednjene) vrednosti Hurst-ovog eksponenta $\langle H \rangle$, za tri reprezentativne serije berzanskih indeksa (BELEXline, CROBEX i CAC 40) koje su predstavljene u Tabeli 3.2.



Slika 1.5: Lokalni Hurst-ovi eksponenti berzanskog indeksa BELEXline a) i istog indeksa bez perioda rada tehničke vlade Republike Srbije b). Vidi se da za period od 10.10.2006. do 15.05.2007. kada je na vlasti bila tehnička vlada, lokalni Hurstovi eksponenti pokazuju jaku antikorelisanost.

2 Ciklusi u podacima berzanskih indeksa

2.1 Proširena baza podataka proučavanih berzanskih indeksa

Da bi se detaljnije utvrdila važnost ciklusa u berzanskim indeksima proširena je baza berzanskih indeksa koje treba analizirati. Proučeni su podaci sledećih berzanskih indeksa: indeks Njujorške berze NYSE, američki S&P 500 indeks (eng. *Standard & Poor's 500*), britanski FTSE 100 indeks, indeks Tokijske berze NIKKEI 225, francuski CAC 40 indeks, nemački berzanski indeks DAX, koji su uzeti kao predstavnici razvijenih ekonomija; kompozitni indeks Šangajske berze SEE, brazilski berzanski indeks BOVESPA, indeks Johanesburške berze JSE, turski berzanski indeks XU 100, indeks Budimpeštanske berze BUX, hrvatski CROBEX indeks, koji su uzeti kao predstavnici ekonomija u razvoju; indeks Teheranske berze TEPIX, egipatski berzanski indeks EGX 30, i indeksi tranzicionih ekonomija Zapadnog Balkana - indeks Beogradske berze BELEXline, crnogorski MONEX 20 indeks, SASX 100 indeks berze Bosne i Hercegovine i BIRS indeks njenog entiteta Republike Srpske, koji su uzeti kao predstavnici nerazvijenih ekonomija. Tabela 3.3 navodi glavne karakteristike vremenski serija berzanskih indeksa koje su analizirane; u zavisnosti, uglavnom, od razvijenosti berze, različitih su dužina.

Tabela 3.3: Glavne karakteristike vremenskih serija berzanskih indeksa koje su analizirane u ovom poglavlju.

Berzanski indeks (ekonomija)	Vremenski period podataka	Ukupan broj dana <i>N</i>
BELEXline (Srbije)	1. oktobar 2004 - 31. decembar 2014	2584
SASX 10 (Bosne i Hercegovine)	2. jun 2005 - 11. februar 2015	2255
BIRS (Republike Srpske)	15. maj 2005 - 10. februar 2015	2303
TEPIX (Irana)	14. februar 2010 - 10. februar 2015	1205
MONEX 20 (Crne Gore)	1. maj 2004 - 10. februar 2015	2745
EGX 30 (Egipata)	1. januar 1998 - 11. februar 2015	4179
BOVESPA (Brazil)	27. april 1993 - 14. januar 2015	5383
JSE (Južnoafričke republike)	5. jun 2006 - 11. februar 2015	2174
SSE (Kina)	19. decembar 1990 - 5. decembar 2014	6142
CROBEX (Hrvatske)	2. septembar 1997 - 10. februar 2015	4323
XU 100 (Turske)	2. jun 2003 - 10. februar 2015	2922
BUX (Mađarske)	1. april 1997 - 10. februar 2015	4465
FTSE 100 (UK)	1. mart 1984 - 10. februar 2015	8109
CAC 40 (Francuske)	1. mart 1990 - 10. februar 2015	6320
NIKKEI 225 (Japan)	1. april 1984 - 18. decembar 2014	7625
NYSE (SAD)	1. mart 1966 - 10. februar 2015	12365
DAX (Nemačke)	26. novembar 1990 - 10. februar 2015	6131
S&P 500 (SAD)	1. mart 1950 - 10. februar 2015	16383

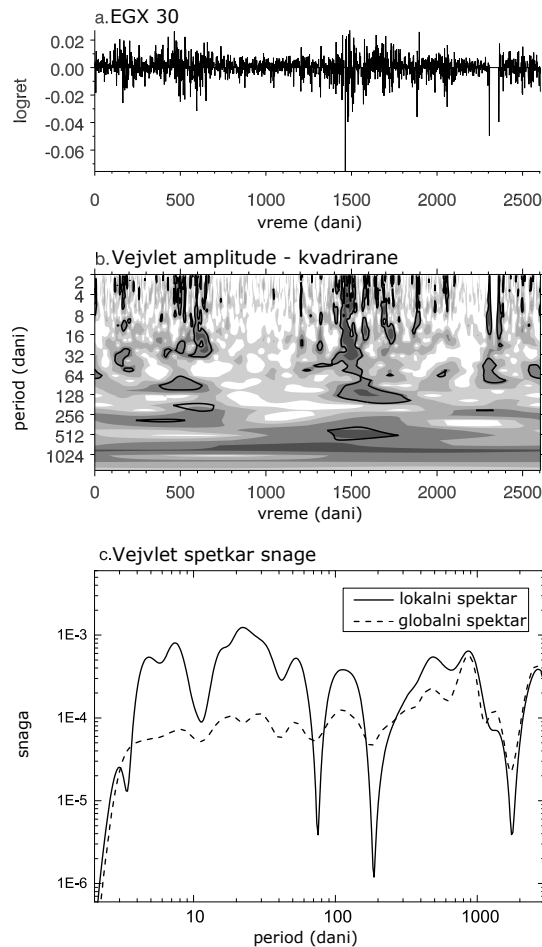
Podaci koji su korišćeni u daljoj analizi su, kao i prethodno, logaritamski povraćaji

definisani jednačinom (1.2). Sve analizirane vremenske serije vrednosti berzanskih indeksa $S(t)$ su javno dostupne (sa zvanične veb stranice pomenute berze ili sa Yahoo-ove finansijske baze podataka), i date u lokalnim valutama. Vrednosti podataka berzanskih indeksa su date samo za dane trgovanja – tj. beležene su po kalendaru berze, izuzimajući vikende i praznike iz baze podataka.

2.2 Vejvlet spektar podataka berzanskih indeksa

Za sve serije berzanskih indeksa, korišćene u ovom poglavlju, kojih god dužina da su bile dostupne, računat je spektar snage WT. U obzir su uzete samo vrednosti WT spektra između minimalne vremenske skale $a = 1$ i statistički značajne maksimalne vremenske skale [120] od $a = N/5$, na kojima su traženi karakteristični pikovi (lokalni maksimumi). Da bi se otklonila sumnja da tako dobijeni pikovi nisu artifakti WT metode, rađeni su testovi statističke značajnosti za svaki pik, koristeći radni paket opisan u [102] i program dostupan preko interneta u [121]. Procena značajnosti svakog pika dobija se poređenjem sa pozadinskim globalnim vejvlet spektrom kojem pripadaju. Prvo je računat lokalni WT spektar za svaku seriju berzanskih indeksa i nađeni su WT koeficijenti sa 10% značajnosti. Onda je računat lokalni WT spektar na vremenskoj skali koja pokazuje postojanje široke značajnosti WT preko više perioda. Pikovi koji su izdigli iznad globalnog spektra su korišćeni u daljoj analizi. Slika 2.1. prikazuje način na koji ovaj test rađen na primeru EGX 30 vremenske serije. Korišćenje globalnog vejvlet spektra kao pozadinski deo u odnosu na koji su testirane značajnosti pikova je izbor vođen činjenicom da su vremenske serije berzanskih indeksa proizvod kompleksnog sistema koji je rezultat interakcije mnogih konstituenata koji deluju na različitim vremenskim skalama. Vremenske serije berzanskih indeksa su usled toga mešavine komponenata šuma različitih doprinosa umešanih u proces [122]; ova činjenica donosi nemogućnost poređenja pikova vejvlet spektra berzanskih indeksa sa nekim izdvojenim pozadinskim šumom koji nije sam signal [123].

Pronađeno je više značajnih pikova u svim serijama berzanskih indeksa koje su predstavljene u ovom poglavlju. Štaviše, pronađeni pikovi su zajednički za sve podatke, tj. ako postoje, pikovi se pojavljuju na relativno sličnim pozicijama (karakterističnim vremenima). Sledeći karakteristični pikovi ili bolje reći karakteristični ciklusi oko karakterističnih pikova su detektovani u analizi: radni nedeljni ciklus (pik na 5-om danu), jednonedeljni ciklus (pik na 7-om danu), dvonedeljni ciklus (pik na 14-om danu), mesečni ciklus (pik na 30-om danu), kvartalni ciklus (pik na 90-om danu), ciklus od 4 do 5 meseci (pik na 150-om danu), polugodišnji ciklus (pik na 6 do 7 meseci), godišnji



Slika 2.1: Primer testa značajnosti za pikove u EGX 30 vejevlet spektru snage. (a) Uneti podaci; (b) Lokalni vejevlet spektar snage. Nivoi kontura su izabrani tako da je 75%, 50%, 25% i 5% snage vejevleta iznad svakog nivoa, respektivno. Crna kontura je 10% nivoa značajnosti, koristeći kao pozadinu globalni vejevlet spektar; (c) Poređenje lokalnog spektra snage, računatog na 1500 tačaka, sa globalnim vejevlet spektrom istog seta podataka. Značajni pikovi se pojavljaju iznad globalnog vejevlet spektra.

ciklus (pik na 360-om danu), i dvogodišnji ciklus (pik na 600-om danu). Svi detektovani pikovi za svaku seriju berzanskih indeksa posebno su navedeni u Tabeli 3.4. Neke razlike koje postoje između podataka berzanskih indeksa različitih ekonomija koje su proučavane se pojavljuju samo kao nedostatak spektralnog pika (pogledati Tabelu 3.4), ili kao blaga nesinhronizacija određene pozicije pika (tj. uočeno je da pikovi nisu pozicionirani na baš istim mestima u svim analiziranim serijama berzanskih indeksa, pa su zato uvedene notacije pika ili cikličnog intervala). U Tabeli 3.4 ciklusi i ciklusni intervali su dati u stvarnim danima (preračunati od dana za trgovanje od kojih su sastavljeni preuzeti podaci).

Primeri detektovanih pikova i zatim definisanih pik intervala su dati na Slikama 2.2 i 2.3.

Tabela 3.4: Pregled ciklusa u vremenskim serijama berzanskih indeksa indentifikovanih vevjlet spektralnom analizom.

broj pik intervala	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
pik na (dani)	5	7	14	30	90	150	210	360	600
dužina intervala (dani)	2-6	6-10	10-25	25-60	60-110	110-190	190-250	250-450	450-900
BELEXline	x	x		x		x	x		x
SASX 10	x	x	x	x	x	x		x	x
BIRS	x	x	x	x		x		x	
TEPIX		x	x	x	x	x		x	x
MONEX 20	x	x	x	x		x	x	x	x
EGX 30	x	x	x	x	x	x	x		x
BOVESPA	x	x	x	x	x	x		x	x
JSE	x	x	x	x		x	x	x	
SSE	x		x	x	x	x	x		x
CROBEX	x	x	x	x	x	x	x	x	x
XU 100	x		x	x	x	x		x	x
BUX	x	x	x	x	x	x		x	x
FTSE 100	x	x	x	x	x	x	x		x
CAC 40	x	x	x	x	x	x		x	
NIKKEI 225	x	x	x	x	x			x	x
NYSE	x		x	x	x	x		x	x
DAX	x	x	x	x	x	x	x	x	x
S&P 500	x	x	x	x	x	x		x	x

2.3 Statistička karakterizacija WT spektra podataka berzanskih indeksa

Da bi se uporedili i karakterizovali dobijeni vevjlet spektri korišćenih podataka berzanskih indeksa, računata su relativne energije i relativne amplitude svih regiona (navedenih u Tabeli 3.4) ispod karakterističnih pikova u svim vremenskim serijama. Relativna energija i -og pika u WT spektru snage je definisana [89] kao:

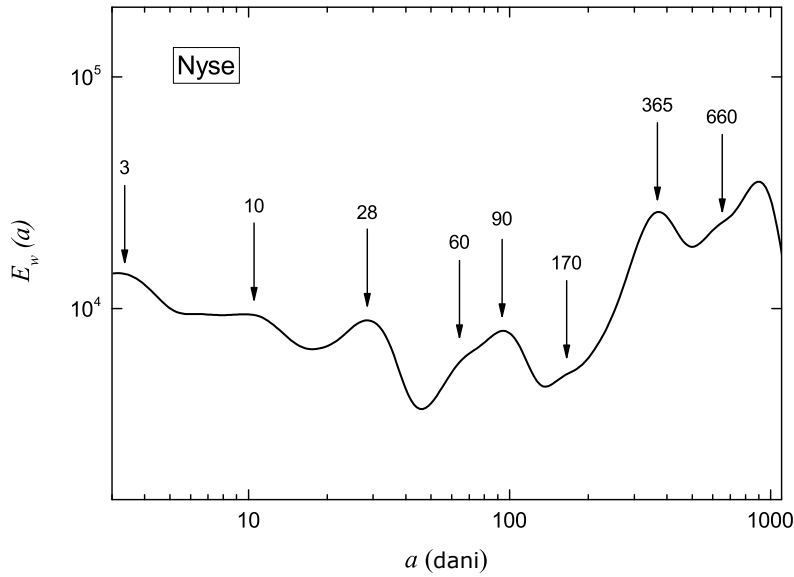
$$e_{Wi}(s_{i1}, s_{i2}) = \frac{E_i(s_{i1}, s_{i2})}{E_{total}}, \quad (2.1)$$

gde $E_i(s_{i1}, s_{i2})$ predstavlja srednju energiju perioda oko i -og pika:

$$E_i(s_{i1}, s_{i2}) = \frac{1}{t} \int_0^t \int_{1/2\pi s_{i2}}^{1/2\pi s_{i1}} \frac{1}{a^2} |W(a, b)|^2 da db, \quad (2.2)$$

a E_{total} totalnu energiju WT spektra analizirane vremenske serije berzanskih indeksa. Energija je fizičko svojstvo WT spektra snage, tako da predstavlja njegovu prirodnu karakteristiku. Slično, relativna amplituda dela spektra ispod i -og pika se definiše kao:

$$a_{Wi}(s_{i1}, s_{i2}) = \frac{A_i(s_{i1}, s_{i2})}{A_{total}}, \quad (2.3)$$



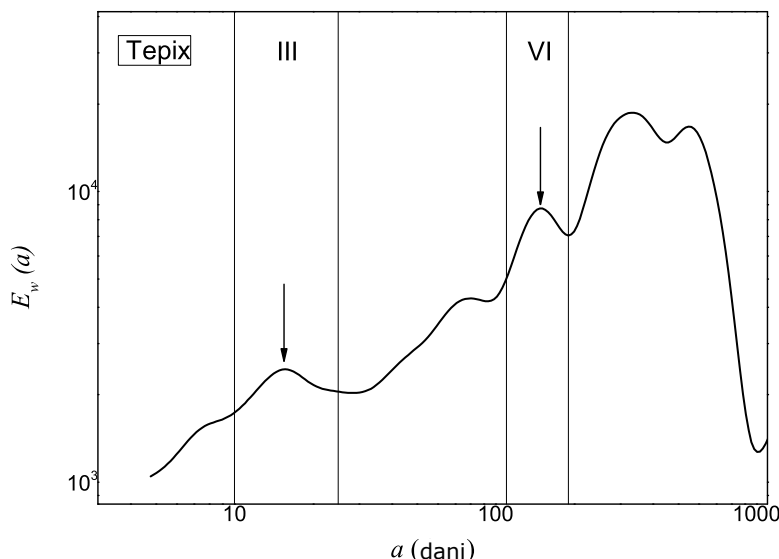
Slika 2.2: Primer detektovanih pikova u vremenskoj seriji berzanskog indeksa NYSE. Strelicama su obeležena mesta dobijenih pikova.

sa

$$A_i(s_{i1}, s_{i2}) = \frac{1}{t} \int_0^t \frac{1}{s_{i2} - s_{i1}} \int_{1/2\pi s_{i2}}^{1/2\pi s_{i1}} \frac{1}{a^2} W(a, b) da db, \quad (2.4)$$

njenom srednjom amplitudom, i A_{total} ukupnom amplitudom WT spektra snage vremenske serije berzanskog indeksa koji je proučavan. Amplitude WT spektra snage zavise [89] od varijabilnosti frekvencije (skale) analiziranog dela - što je frekvencija ustaljenija, veća je amplituda.

Računate su relativne energije e_{wi} i relativne amplitude a_{wi} za sve dobijene pikove u svim analiziranim WT spektrima. Onda je izvršena statistička analiza tri grupe podataka - onih koji pripadaju razvijenim ekonomijama, ekonomijama u razvoju i nerazvijenim ekonomijama. Prvo je urađen Shapiro-Wilk-ov test za normalnost distribucije ove tri grupe podataka. Ako je normalnost distribucije postojala za analizirane podatke, korišćen je jednosmeran ANOVA test za poređenje srednjih vrednosti korišćenih primera, sa nivoom značajnosti od $p < 0.05$. Ako bi ANOVA test potvrdio postojanje razlika u srednjim vrednostima, srednje vrednosti srednjih vrednosti sve tri grupe podataka bi se poredile koristeći Bonferoni metod. Ako bi, međutim, Shapiro-Wilk-ov opovrgnuo postojanje normalnosti distribucija u okviru korišćene baze podataka, rađen je Kruskal-Valis ANOVA test za poređenje srednjih vrednosti, sa nivoom značajnosti od $p < 0.05$. Ako bi Kruskal-Valis ANOVA test potvrdio postojanje razlika u srednjim vrednostima grupa, poređenje srednjih vrednosti srednje vrednosti sve tri grupe podataka je rađeno koristeći Vilokson Man-Vitni metod.



Slika 2.3: Ilustracija pozicije dva pik intervala u vremenskoj seriji berzanskog indeksa TEPIX.

Tabela 3.5 navodi izračunate srednje vrednosti relativnih energija e_{Wi} i relativnih amplituda a_{Wi} svih pikova tri grupe vremenskih serija berzanskih indeksa. Statistički značajne razlike u vrednostima između grupa za svaki od pikova su označene boldovano - ako je samo jedna vrednost boldovana, onda se ona razlikuje od druge dve grupe berzi u pik grupi; ako su dve vrednosti boldovane onda se one međusobno razlikuju; i ako su sve tri vrednosti boldovane onda se sve vrednosti tri grupe berzi razlikuju jedne od drugih.

Tabela 3.5: Vrednosti relativnih energija e_{Wi} i relativnih amplituda a_{Wi} ispod WT pikova. Statistički značajne različite vrednosti između grupa za svaki od pikova su boldovane. Kada je jedna vrednost boldovana, razlikuje se od druge dve grupe berzi u pik grupi. Ako su dve vrednosti boldovane onda se one međusobno razlikuju, i ako su sve tri vrednosti boldovane onda se sve vrednosti tri grupe berzi razlikuju jedne od drugih.

relativna energija ispod pikova

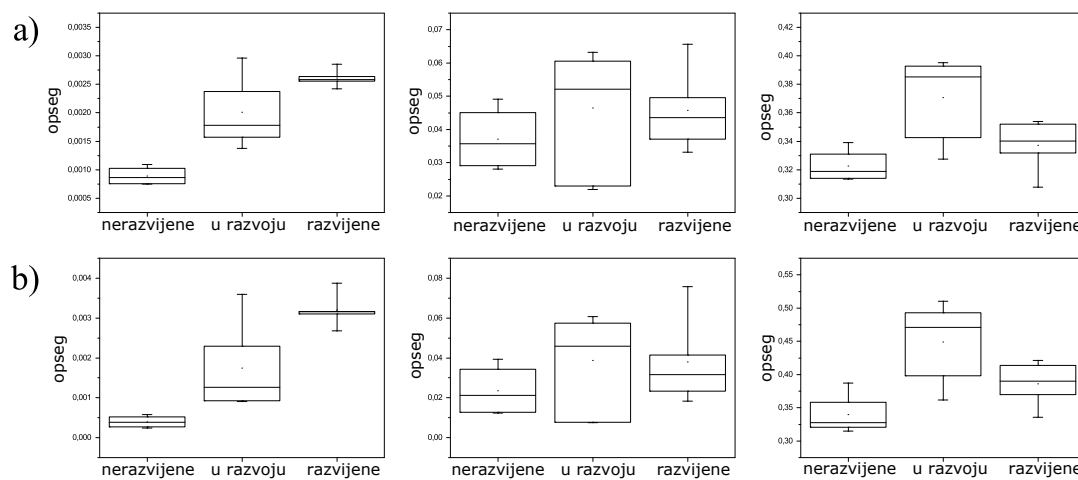
pik na (dani)	5	7	14	30	90	150	210	360	600
nerazvijene	0.0004	0.0006	0.0028	0.0055	0.012	0.0087	0.024	0.051	0.34
u razvoju	0.0017	0.0022	0.0079	0.015	0.017	0.016	0.039	0.09	0.45
razvijene	0.0032	0.0033	0.012	0.019	0.023	0.014	0.038	0.057	0.39

relativne amplitude ispod pikova

pik na (dani)	5	7	14	30	90	150	210	360	600
nerazvijene	0.0009	0.0012	0.0061	0.0098	0.019	0.016	0.037	0.063	0.32
u razvoju	0.002	0.0025	0.011	0.017	0.023	0.024	0.046	0.081	0.37
razvijene	0.0026	0.003	0.013	0.019	0.026	0.022	0.046	0.066	0.34

Rezultati su takođe prikazani i na Slici 2.4, sa prikazanim srednjim vrednostima relativne energije e_{Wi} i relativne amplitude a_{Wi} za sve tri grupe berzi za oblasti tri pika - oblast malih skala oko pika na 5-om danu, oblast srednjih skala oko pika na 150-om danu i

oblast velikih skala oko pika na 600-om danu. Tabela 3.5 i Slika 2.4 pokazuju da su u oblasti malih skala (pikovi do 90-og dana) vrednosti relativnih energija e_{Wi} i relativnih amplituda a_{Wi} ispod spektralnih pikova za nerazvijene berze manji nego vrednosti za druge dve grupe u očiglednom, statistički značajnom smislu. Za sve pikove na velikim skalama (pikovi od 150-og dana i posle), ponašanje nerazvijenih berzanskih podataka se ne razlikuje od druge dve grupe, osim u oblasti velikih skala na piku od 600-tog dana. Prema tome, izgleda, da berze u tranziciji na malim vremenskim skalama od par dana, nedelja ili nekoliko meseci, ne prate iste obrasce ponašanja kao berze zemalja u razvoju ili razvijenih ekonomija. Tako da rezultati pokazuju da bi veličine poput e_{Wi} i a_{Wi} , za pikove u oblastima malih skala, mogle da se koriste za delimično razlikovanje između ekonomija berzi.

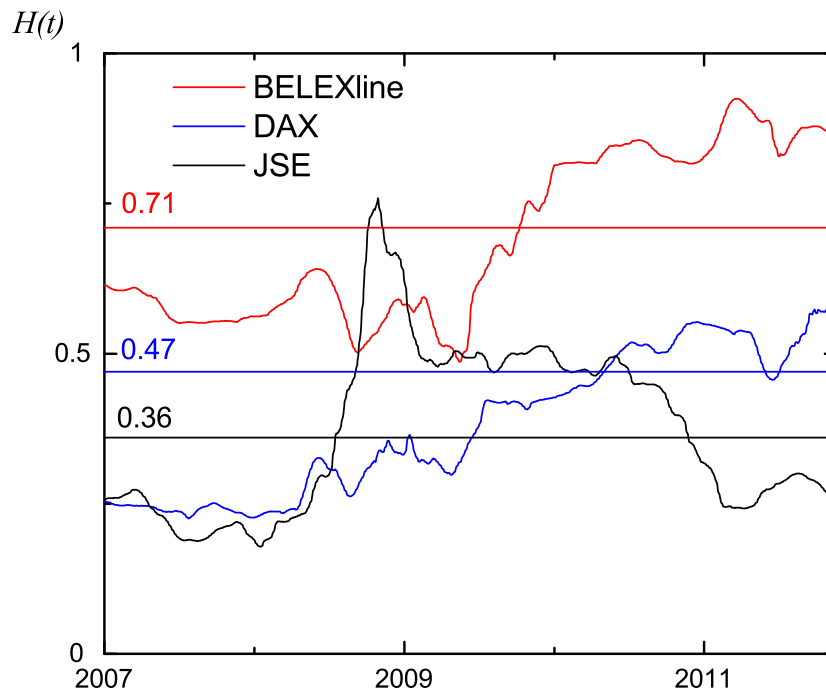


Slika 2.4: Rezultati statističke analize za razlike između srednjih vrednosti: a) relativne energije e_{Wi} i b) relativne amplitude a_{Wi} za sve tri grupe berzi. Rezultati su prikazani za oblasti tri pika - oblast malih skala oko pika na 5-om danu, oblast srednjih skala oko pika na 150-om danu i oblast velikih skala oko pika na 600-om danu. Pravougaonici ograđuju 75% vrednosti u okviru grupe berzanskih indeksa, dok linije grešaka prikazuju maksimalnu i minimalnu vrednost u okviru iste grupe.

3 Hurst-ov prostor

Da bi se dobio novi uvid u lokalnu kompleksnost podataka berzanskih indeksa, i dobila mogućnost da se poboljša sposobnost kvantitativnog razlikovanja tri grupe podataka berzanskih indeksa koje su korišćene u ovom poglavlju, primenjen je vremenski zavisani algoritam detrendovanja pokretne srednje vrednosti (tdDMA, eng. *time-dependent DMA*) opisan u Glavi 2 (poglavljje 4). Na Slici 3.5 je dat primer računatih tdDMA vrednosti za sva tri slučajno odabrana predstavnika grupa berzanskih indeksa, u

vremenskom intervalu od 2008. do 2011. godine, za veličinu pokretnog prozora $N_s = 1000$ sa korakom od $\delta_s = 1$.



Slika 3.5: Ilustracija različitog ponašanja računatih tdDMA vrednosti (lokalnih Hurst-ovih eksponenata) u slučaju BELEXline serije berzanskog indeksa (koja predstavlja berze nerazvijenih ekonomija), JSE serije berzanskog indeksa (koja predstavlja ekonomije u razvoju) i DAX serije berzanskog indeksa (koja predstavlja razvijene ekonomije). Računate vrednosti tdDMA su prikazane za vremenski interval od 2007. do 2012. godine. Horizontalne pune linije obeležavaju srednju vrednost (globalnog) Hurst-ovog eksponenta za vremenske serije iz tabele 3.3 za pik na 90-om danu (vrednosti u tabeli 3.6). Korišćena je veličina pokretnog prozora $N_s = 1000$ sa korakom od $\delta_s = 1$.

Pokušavajući da se kvantifikuje lokalno ponašanje podataka berzanskih indeksa i na kraju porede efikasnosti proučavanih berzi, konstruisan je Hurst-ov prostor sačinjen od Hurst-ovih vektora berzanskih indeksa h^α , kod kojih svaka od komponenti h_i^α korespondira srednjoj vrednosti lokalnih Hurst-ovih eksponenata za odabrani pik interval (koji sadrži i obuhvata svaki pik). Tako je sa h_i^{10} obeležen Hurst-ov p -vektor berzanskih indeksa hrvatske berze CROBEX, dok je sa h_6^α predstavljen vektor Hurst-ovih komponenti za šestu oblast pika, tj. vremenske cikluse između 150 i 210 vremenskih koraka, određene na vremenskim serijama svih uključenih berzi. Proračuni su rađeni za devet intervala koji izdvajaju devet pikova berzi (navedenih u Tabeli 3.4 i ilustrovanih na Slikama 2.2 i 2.3), označeni indeksima i ($i = 1 \dots 9$), dok α označava

serije berzanskih indeksa. Od svih ovih vrednosti napravljen je Hurst-ov referentni vektor berzanskih indeksa m , kod kojeg m_i predstavlja srednju vrednost h_i^α za svaku komponentu (pik) i koju sadrže sve serije berzanskih indeksa koje su proučavane. Stoga, Hurst-ov referentan vektor berzanskih indeksa predstavlja srednju vrednost Hurst-ovih vektora koji su dobijeni za različite berze kao:

$$m_i = \frac{1}{n} \sum_{\alpha=1}^n h_i^\alpha. \quad (3.1)$$

U ovom radu određen je referentni vektor za $n = 18$ različitih berzanskih indeksa korišćenih podataka. Posmatrano je kako se vrednosti referentnog vektora m_i menjaju sa dodavanjem novih serija berzanskih indeksa (berzi), i u predstavljenom slučaju ova promena postaje beznačajno mala za $n > 15$. Vrednosti računatih Hurst-ovih vektora i Hurst-ovog referentnog vektora su navedeni u Tabeli 3.6, gde su greške svake komponente i reda $\delta n_i = 10^{-2}$ (pogledati Prilog B).

Tabela 3.6: Hurst-ovi vektori h_i^α i Hurst-ov referentni vektor m_i vremenskih serija berzanskih indeksa. U tabeli indeks i je redni broj oblasti pika, dok indeks α označava indeks berze i prebrojava komponente Hurst-ovih vektora.

α		pik na (dani)								
		5	7	14	30	90	150	210	360	600
1	BELEXline	0.36	0.62	0.59	0.67	0.71	1.01	0.90	0.68	0.59
2	SASX 10	0.38	0.48	0.47	0.60	0.63	0.89	1.01	0.90	0.80
3	BIRS	0.37	0.54	0.56	0.54	0.57	0.77	1.02	0.78	0.76
4	TEPIX	0.38	0.63	0.61	0.72	0.71	0.62	0.59	0.69	0.92
5	MONEX 20	0.37	0.53	0.50	0.56	0.51	0.54	0.70	0.81	0.93
6	EGX 30	0.38	0.58	0.52	0.49	0.73	0.85	0.77	0.72	0.43
7	BOVESPA	0.37	0.46	0.39	0.49	0.57	0.72	0.71	0.71	0.69
8	JSE	0.38	0.51	0.51	0.55	0.36	0.48	0.93	0.98	0.72
9	SSE	0.34	0.53	0.51	0.55	0.57	0.58	0.44	0.60	0.73
10	CROBEX	0.36	0.48	0.50	0.57	0.61	0.65	0.52	0.50	0.58
11	XU 100	0.37	0.52	0.47	0.57	0.49	0.56	0.56	0.70	0.55
12	BUX	0.37	0.46	0.44	0.47	0.45	0.50	0.56	0.64	0.47
13	FTSE 100	0.38	0.50	0.44	0.53	0.47	0.49	0.34	0.29	0.22
14	CAC 40	0.37	0.47	0.42	0.44	0.47	0.53	0.43	0.48	0.68
15	NIKKEI 225	0.36	0.47	0.43	0.49	0.53	0.58	0.46	0.50	0.56
16	NYSE	0.39	0.53	0.47	0.49	0.45	0.53	0.50	0.51	0.57
17	DAX	0.36	0.49	0.44	0.45	0.47	0.55	0.58	0.59	0.56
18	S&P 500	0.38	0.50	0.47	0.49	0.47	0.53	0.52	0.55	0.52
	m_i	0.37	0.51	0.49	0.54	0.54	0.62	0.64	0.63	0.61

Od dva vektora h^α i m dobijeni su relativni Hurst-ovi jedinični vektori s^α na sledeći način:

$$s_i^\alpha = \frac{h_i^\alpha - m_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (h_i^\alpha - m_i)^2}}. \quad (3.2)$$

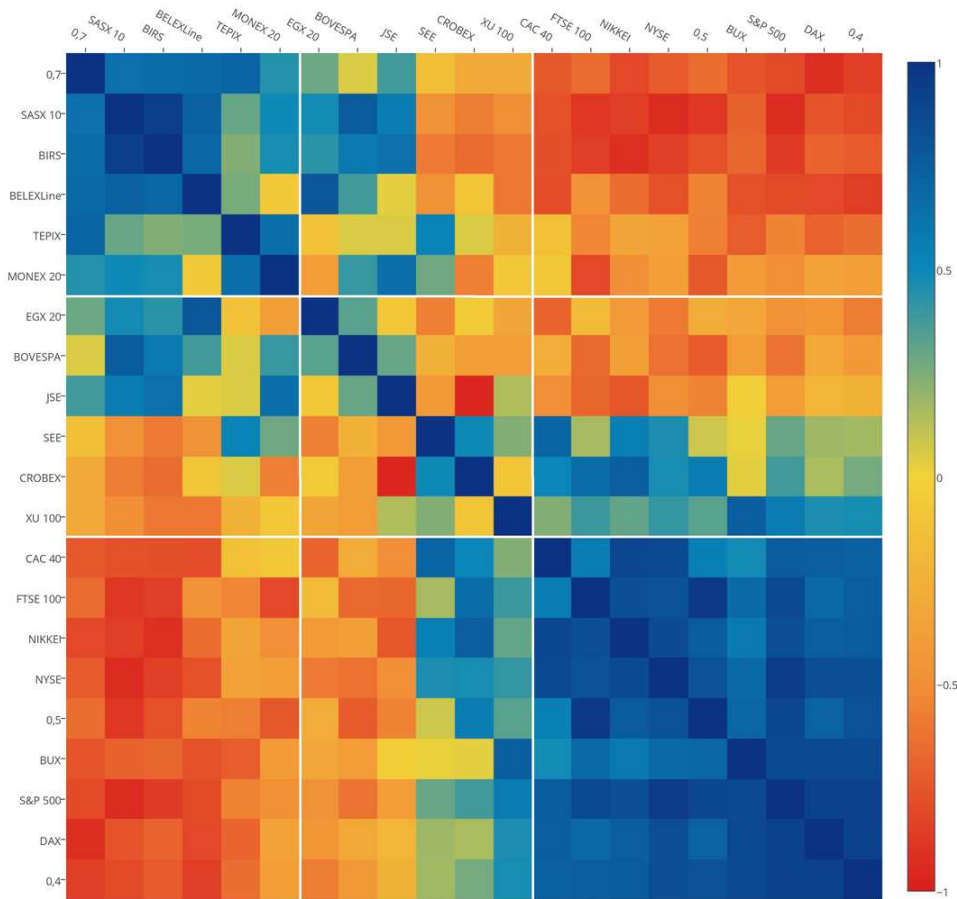
Definisani na takav način, jedinični vektori s^α nam daju informaciju o reprezentativnom pravcu razvoja finansijskog tržišta koji se ne može povezati ili uporediti sa preostalim reprezentativnim vektorima. Drugačije rečeno, ovo se može demonstrirati korišćenjem kosinusne sličnosti, skalarnog Euklidskog proizvoda dva s_i^α vektora koja mogu da kvantifikuju nivo sličnosti pozicija s^α različitih serija berzanskih indeksa. Skalarni proizvod s_i^α je definisan na sledeći način:

$$\mathcal{H}^{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^p s_i^\alpha s_i^\beta, \quad (3.3)$$

gde su α i β redni brojevi serija berzanskih indeksa ($\alpha, \beta \in \{1, 2, \dots, 18\}$), dok je $p = 9$ broj pikova (oblasti pikova). Poređane su i grafički predstavljene vrednosti tih skalarnih proizvoda na Slici 3.6 za sve predstavljene podatke i za tri veštački generisane serije sa vrednostima H od 0.4, 0.5 i 0.7 u svim analiziranim pik oblastima. Ove nove serije su ubačene da bi služile kao vizuelna pomagala koja razgraničavaju različite vrste dugodometnog ponašanja (tj. dugodometno antikorelisano ponašanje u slučaju $H = 0.4$, nekorelisano ponašanje u slučaju $H = 0.5$ i dugodometno korelisano ponašanje za $H = 0.7$). Slika 3.6 pokazuje postojanje dve različite blok matrice koje razdvajaju jake sličnosti u okviru grupa nerazvijenih berzi (gornji levi ugao) i u okviru grupe razvijenih berzi (donji desni ugao), dok se one međusobno primetno razlikuju. Pored toga, na Slici 3.6 postojanje treće berzanske grupe je vidljivo, koja ne pripada ni razvijenom ni nerazvijenom tipu. Pripadnici ove treće grupe - berze u razvoju - zbog malih korelacionih koeficijenata nisu slične sa druge dve grupe i sa svojom sopstvenom grupom, i pokazuju slučajne nepredvidive jake sličnosti sa nekim pripadnicima (berzama) razvijenih ili nerazvijenih berzanskih grupa. Ova nemogućnost da liče jedne na druge razlikuje berze u razvoju na Slici 3.6, ali ne na jasno grupisan način.

3.1 Indeks razvijenosti

Da bi se pronašao jedinstven Hurst-ov indikator koji bi bio u mogućnosti da raspozna sve predstavljene tri kategorije razvijenosti berze, definisan je (poželjan) pravac razvijenosti u Hurst-ovom prostoru berzanskog indeksa i onda su jedinični vektori s^α projektovani na taj pravac. Ovaj poželjni pravac, odnosno u ovom slučaju gradijent razvijenosti, napravljen je tako da projekcija jediničnog vektora grupe razvijenih berzi na taj pravac uvek daje pozitivne vrednosti (zbog ovoga se projekcija jediničnog vektora na predefinisani pravac zove indeks razvijenosti). Jedinični vektor razvijenosti u Hurst-ovom prostoru izabran je



Slika 3.6: Grafičko predstavljanje sličnosti, ili matrica sličnosti, relativnih Hurst-ovih jediničnih vektora s_i^α . Sličnosti berzanskih Hurst-ovih jediničnih vektora su date u nijansama plave (za $\mathcal{H}^{\alpha\beta} > 0$), dok su različitosti prikazane u nijansama crvene (za $\mathcal{H}^{\alpha\beta} < 0$). Horizontalne bele uspravne linije označavaju, od levo ka desno, granice između grupa nerazvijenih, u razvoju i razvijenih berzi.

na sledeći način:

$$e_i = \frac{\Delta h_i^R - m_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^p (\Delta h_i - m_i)^2}}, \quad (3.4)$$

sa $\Delta h_i^R = -I_i$, gde I_i označava p - vektore sačinjene od svih istih jediničnih komponenti. Time se opravdava da tu veličinu razmatramo kao neku analogiju sa gradijentom smanjenja razvijenosti berzi. Zbog toga e_i se može interpretirati kao jedinični vektor smeru povećanja razvijenosti berzi u relativnom prostoru Hurst-ovih vektora.

U slučaju predstavljenih podataka, vrednosti ove nove vektorske komponente se značajno ne menjaju dodavanjem novih serija berzanskih indeksa postojećem setu podataka za $n > 15$ (gde je n broj berzi u setu podataka koji je analiziran). Relacije u jednačini (3.4) su

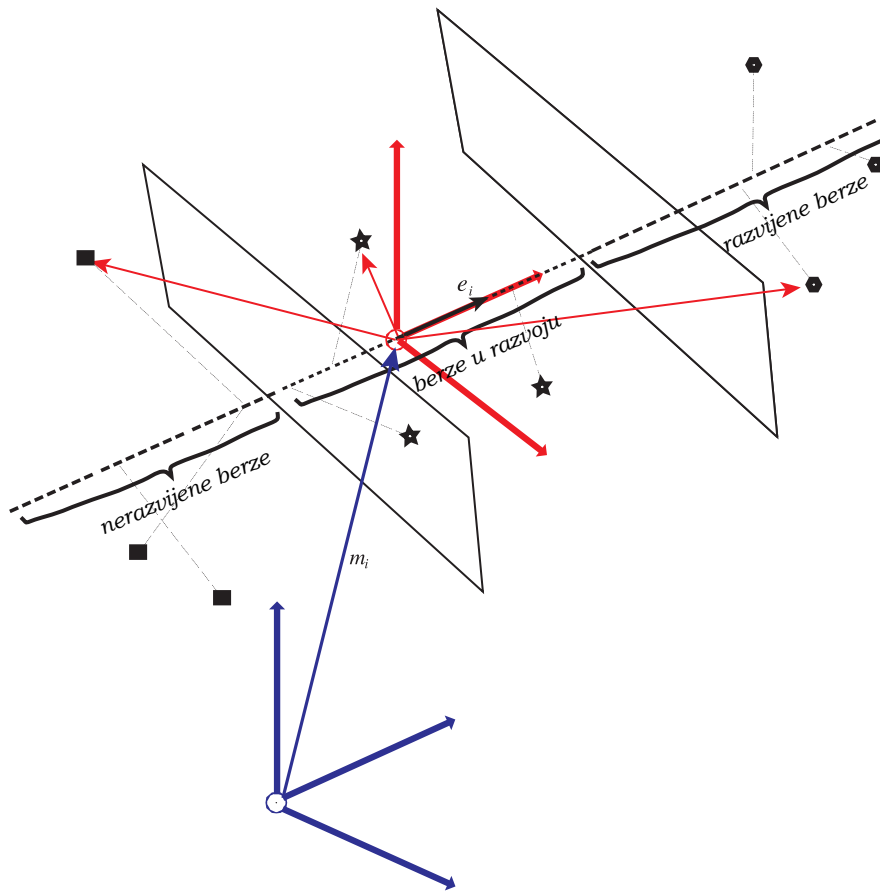
dovele do vrednosti e_i za predstavljeni set podataka od $n = 18$ berzanskih indeksa:

$$e_i = (-0.19, -0.40, -0.37, -0.45, -0.45, -0.57, -0.60, -0.59, -0.56). \quad (3.5)$$

Nakon toga je računat indeks razvijenosti, koji se onda može formulirati kao projekcija relativnog Hurst-ovog jediničnog vektora na pravac razvijenosti:

$$\Pi_{e_i}(s_i) = \sum_i^p s_i e_i. \quad (3.6)$$

Grafičko predstavljanje ovih projekcija je dato na Slici 3.7.



Slika 3.7: Hurst-ov prostor parametara reprezentovan sa p-vektorima u dva referentna prostora: u generalnom i u relativnom Hurst-om referentom prostoru (prestavljani plavim i crvenim linijama, respektivno). Relativan Hurst-ov referentan prostor definisan je Hurst-ovim referentnim vektorom m_i , dok je pravac glavne ose dat jediničnim vektorom pravca razvijenosti e_i . Indeksi razvijenosti $\Pi_{e_i}(s_i)$ su računati kao projekcije Hurst-ovog jediničnog vektora s_i^α na e_i , koji je usmeren ka delu Hurst-ovog prostora na kojem su grupisane reprezentativne tačke razvijenih berzi.

Vrednosti indeksa razvijenosti za berze u predstavljenom setu podataka ovog poglavlja date su u Tabeli 3.7, dok za procenu greške indeksa razvijenosti (koja je reda

$\delta\Pi_{e_i}(s_i) = 10^{-2}$) možete pogledati Prilog B. Vidljivo je da se sa Tabele 3.7 mogu grupisati berze u tri različite berzanske kategorije (nerazvijene, u razvoju i razvijene berze) koristeći ovaj parametar uređenosti. Definisanje granica koje razdvajaju predstavljene tri berzanske kategorije može se odrediti i na drugi, fenomenološki način korišćenjem argumenata: pošto su vrednosti Hurst-ovih vektora s^α i njihovih sličnosti koje su računane do postojanja dve posebne grupe koje su dobro klasterisane (nerazvijene i razvijene berze), razdvojene sa grupom vremenskih serija berzanskih indeksa koje se nalaze između te dve grupe (berze u razvoju), korišćen je princip simetrije da definiše granice između grupa razvijenih berzi i berzi u razvoju na $\Pi_{c1} = \frac{|\Pi|_{max}}{2} \pm 0.01$ i granice između nerazvijenih berzi i berzi u razvoju na $\Pi_{c2} = -\frac{|\Pi|_{max}}{2} \pm 0.01$ (za predstavljen set podataka je dobijeno da je $|\Pi|_{max} = 1.36$, koja odgovara vrednosti indeksa razvijenosti DAX vremenske serije). To se može zaključiti i analizom matrice sličnosti, pošto za grupu razvijenih berzi i grupu nerazvijenih berzi, veće vrednosti $\mathcal{H}_{\alpha\beta}$ oko dijagonale matrice se mogu grupisati. Time oblik matrice razvijenosti se može shvatiti u nekoj aproksimaciji kao blok dijagonalna matrica. Granice skupina na toj matrici se dobro poklapaju sa fenomenološki određenim granicama razvijenosti berzi. Berze u razvoju, za razliku od dva tipa graničnih berzi, imaju više sličnosti i sa ostalim berzama, a ne samo sa onim koje pripadaju toj grupi. Na osnovu ovog kriterijuma, u slučaju predstavljenih podataka, egipatski berzanski indeks EGX 30 bi bio klasifikovan kao indeks berze u razvoju, umesto kao indeks nerazvijene berze kao što je inicijalno pretpostavljeno, dok bi mađarski BUX indeks bio klasifikovan kao indeks razvijene a ne kao indeks berze u razvoju.

Tabela 3.7: Klasifikacija berzanskih indeksa u klasterne prema njihovoj zrelosti ili razvoju.

	nerazvijene berze						
	SASX 10	BIRS	BELEXLine	TEPIX	MONEX 20		
$\Pi_{e_i}(s_i)$	-1.20	-1.14	-1.14	-0.97	-0.73		
	berze u razvoju						
	EGX 30	BOVESPA	JSE	SSE	CROBEX	XU 100	
$\Pi_{e_i}(s_i)$	-0.68	-0.59	-0.56	0.29	0.56	0.63	
	razvijene berze						
	CAC 40	FTSE 100	NIKKEI 225	NYSE	BUX	S&P 500	DAX
$\Pi_{e_i}(s_i)$	1.09	1.18	1.22	1.22	1.24	1.34	1.36

Ovom procedurom mogu se proučiti vremenske serije berzanskih indeksa u grupama ili individualno, za bilo koju vremensku seriju berzanskog indeksa.

Zaključak

U disertaciji je prezentovano par tema koje se odnose na aktuelnu i široko rasprostanjenu analizu kompleksnih sistema. U predstavljenom istraživanju su analizirane finansijske vremenske serije pogledom koji pruža statistička fizika. Finansijski podaci predstavljaju kompleksno ponašanje koje treba na odgovarajući i efikasni način razlučiti, radi određivanja istrajnosti posmatranih fluktuacija.

Korišćeno je više postojećih i dokazanih tehnika, opisanih u Glavi 2, radi analize podataka da bi se ostvarila i verifikovala dobijena saznanja: metoda detrendovane pokretne srednje vrednosti (eng. Detrended Moving Average; DMA), metoda detrendovane fluktuacione analize (eng. Detrended Fluctuation Analysis; DFA), metoda vejevlet transformacijom (eng. Wavelet Transform; WT), metoda vremenski zavisne detrendovane pokretne srednje vrednosti (eng. time-dependent Detrended Moving Average; tdDMA). Sve korišćeni modeli su bazirani na univerzalnoj ideji o skaliranju, sličnosti i generalizovanoj statistici. Opisane su kako njihove teoretske osobine, tako i praktične primene na finasijske berze.

U Glavi 3, predstavljeni su i novi pristupi i metode analiza i klasifikacije nacionalnih finansijskih vremenskih serija. Da bi se proučile kritične osobine ponašanja rada berzi utvrđena je povezanost kritičnih eksponenata skaliranja vremenskih serija berzanskih indeksa sa nivoom rasta i zrelosti tržišta. Identifikovane su grupe vremenskih ciklusa koje su univerzalne u promenama berzanskih indeksa, i koje su neophodne da bi dobijene vrednosti za Hurst-ove eksponente označavale ponašanje u okviru jednog karakterističnog vremenskog prozora. U slučaju primene ove analize i na druge berze, možemo njenu razvijenost odrediti na osnovu smera razvijenosti, ali istovremeno možemo i koristeći podatke tog berzanskog indeksa da taj smer bliže odredimo (korigujemo). Da bi kvantifikovali razvijenost berzi korišćenjem svih tih uočenih ciklusa, uveden je devetodimenzioni prostor Hurst-ovih parametara, čime smo omogućili podjednak doprinos (uticaj) svih uočenih ciklusa. Karakterizacija starijim metodama nije

vodila računa o tome, nego je omogućavala da pojedini ciklusi imaju veći doprinos od drugih ciklusa. Ovo novo saznanje predstavlja neku vrstu ohrabrenja, jer daje nadu da ćemo u budućnosti biti u mogućnosti da opišemo vremensku seriju berzanskih indeksa posmatrajući lokalne parametre unutar samih ciklusa. Dalje poboljšanje metode će biti moguće kada ga primenimo na veštački generisanim serijama sa unapred zadatim ciklusima.

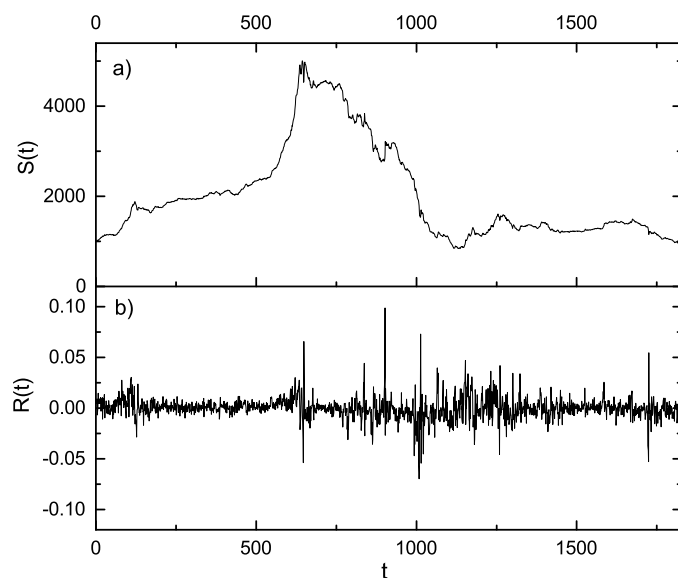
Treba istaći da su u ovom istraživanju po prvi put povezane grupe različito razvijenih tržišta sa vrednostima Hurst-ovih eksponenta karakterističnih vremenskih prozora, koji su doprineli određivanju indeksa razvijenosti tržišta. Imajući to u vidu, ovakva analiza i klasifikacija nam doprinosi boljem razumevanju funkcionisanja tržišta, uspostavljanjem veze između nivoa razvijenosti i karakterom dinamike tržišta. Time se otvaraju vrata boljem modeliranju dinamike tržišta, što omogućava i bolju predikciju mogućeg razvoja. Na taj način ove metode se mogu koristiti kao dobar indikacioni parametar koji bi određivao dalju perspektivu tranzicionih ekonomija.

Prilozi

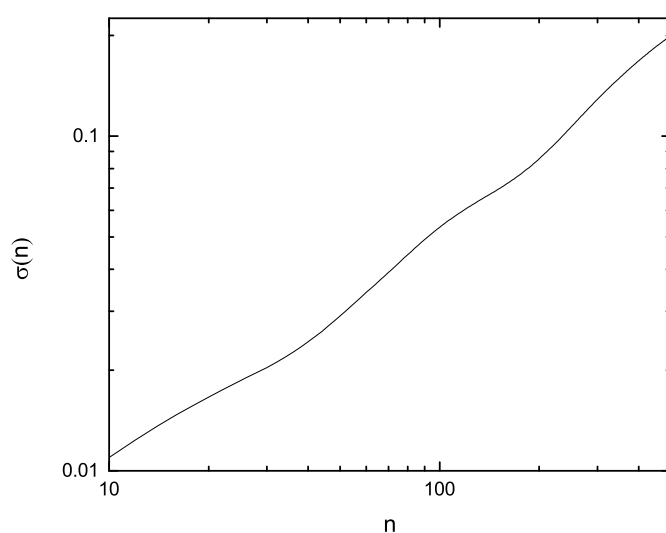
Prilog A

Vremenska serija berzanskih indeksa i njihov cDMA

- BELEXline reprezentativni berzanski indeks srpske ekonomije

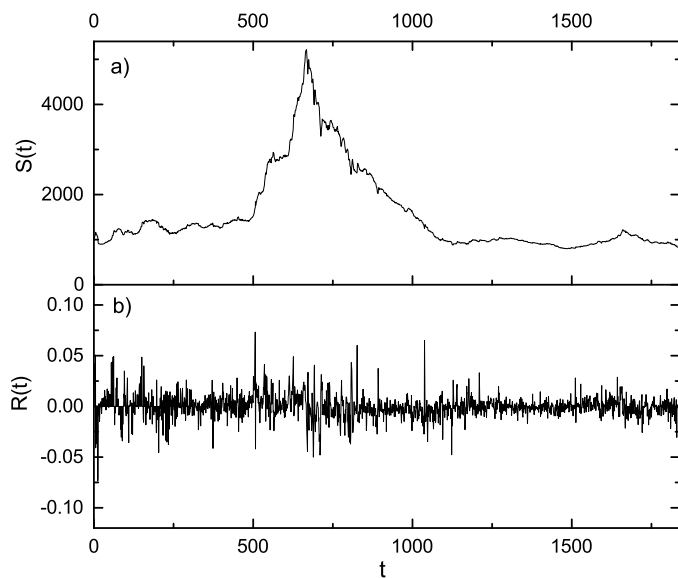


Slika A1: Originalne dnevne vrednosti pri zatvaranju berzanskog indeksa BELEXline a) i izračunati logaritamski povraćaji (eng. *log-returns*) b) za ispitivani period od 1. oktobra 2004. do 30. decembra 2011. (1828 dana).

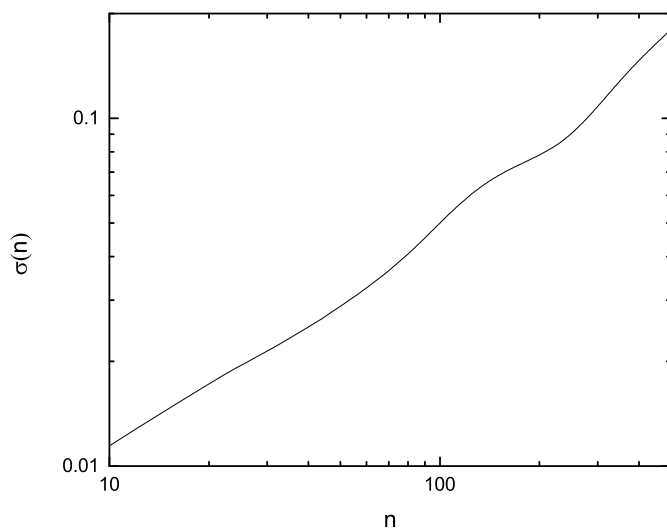


Slika A2: Metoda centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti za vremensku seriju berzanskog indeksa BELEXline.

- **BIRS reprezentativni berzanski indeks Republike Srpske**

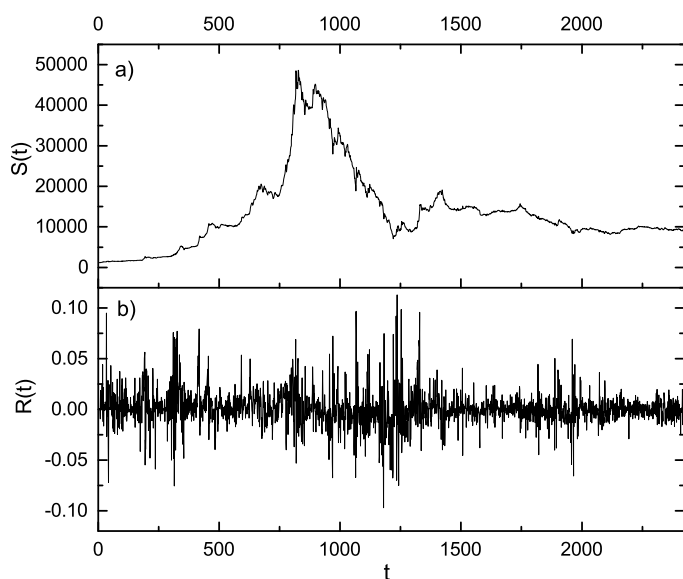


Slika A3: Originalne dnevne vrednosti pri zatvaranju berzanskog indeksa BIRS a) i izračunati logaritamski povraćaji (eng. *log-returns*) b) za ispitivani period od 27. aprila 2004. do 23. decembra 2011. (1839 dana).

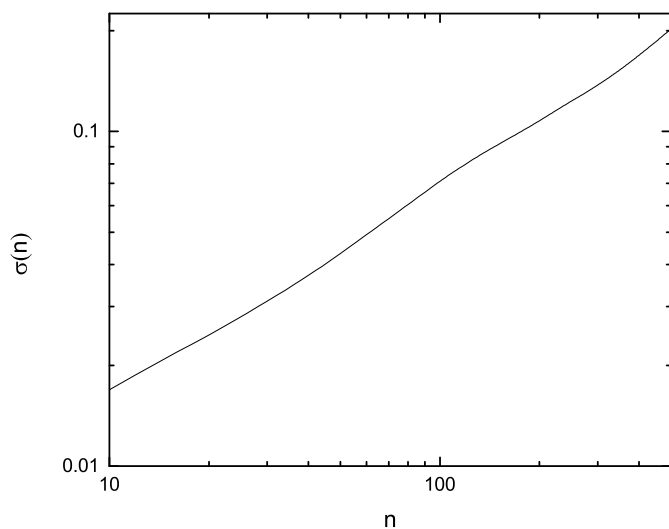


Slika A4: Metoda centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti za vremensku seriju berzanskog indeksa BIRS.

- **MONEX 20 reprezentativni berzanski indeks crnogorske ekonomije**

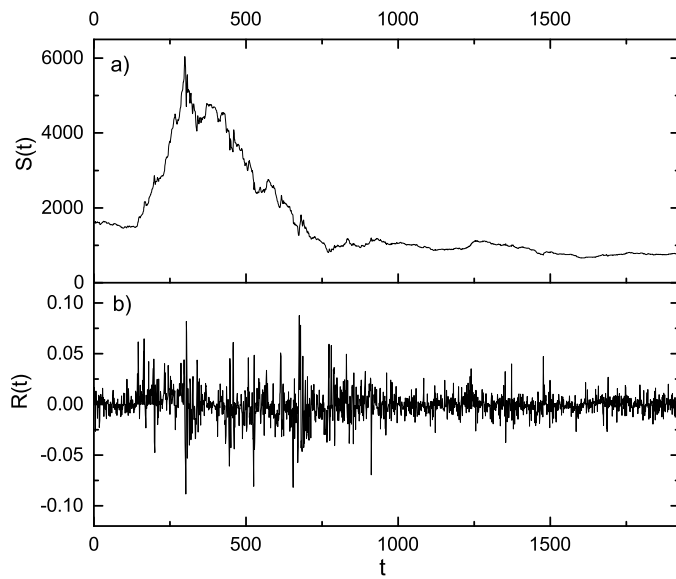


Slika A5: Originalne dnevne vrednosti pri zatvaranju berzanskog indeksa MONEX 20 a) i izračunati logaritamski povraćaji (eng. *log-returns*) b) za ispitivani period od 9. januara 2004. do 18. oktobra 2013. (2423 dana).

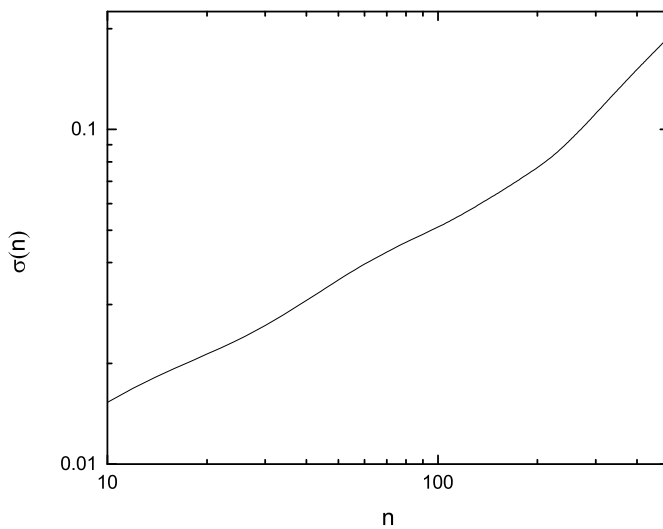


Slika A6: Metoda centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti za vremensku seriju berzanskog indeksa MONEX 20.

- **SASX 10 reprezentativni berzanski indeks Bosne i Hercegovine**

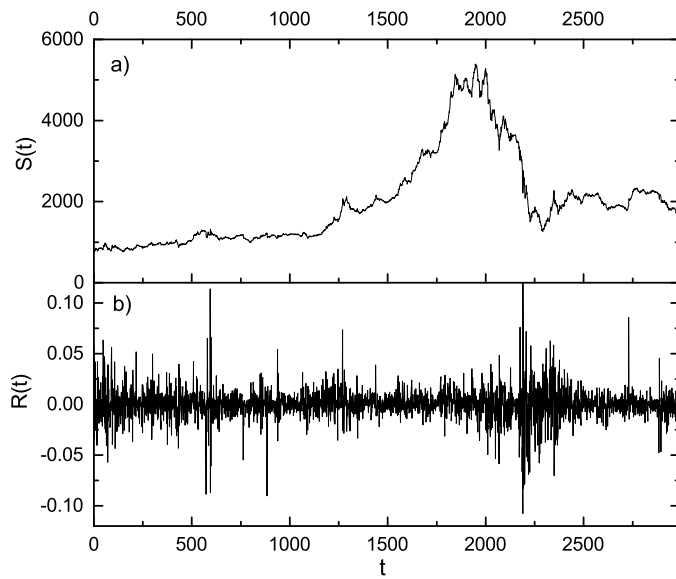


Slika A7: Originalne dnevne vrednosti pri zatvaranju berzanskog indeksa SASX 10 a) i izračunati logaritamski povraćaji (eng. *log-returns*) b) za ispitivani period od 7. februara 2006. do 21. oktobra 2013. (1926 dana).

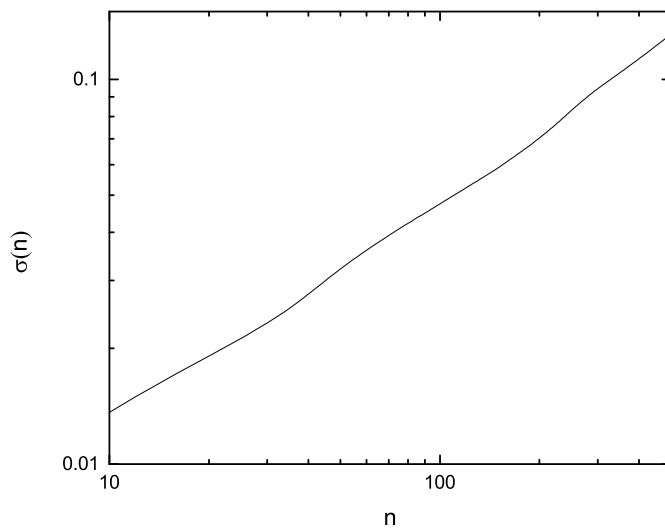


Slika A8: Metoda centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti za vremensku seriju berzanskog indeksa SASX 10.

- **CROBEX reprezentativni berzanski indeks hrvatske ekonomije**

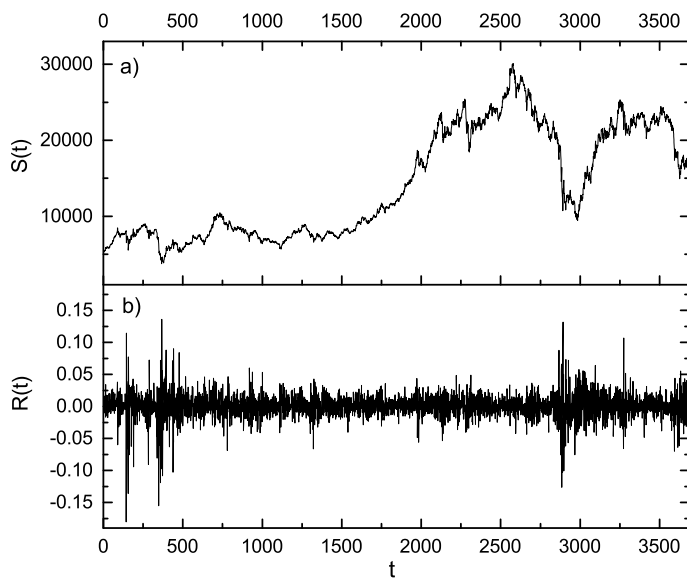


Slika A9: Originalne dnevne vrednosti pri zatvaranju berzanskog indeksa CROBEX a) i izračunati logaritamski povraćaji (eng. *log-returns*) b) za ispitivani period od 1. aprila 2000. do 22. decembra 2011. (2991 dan).

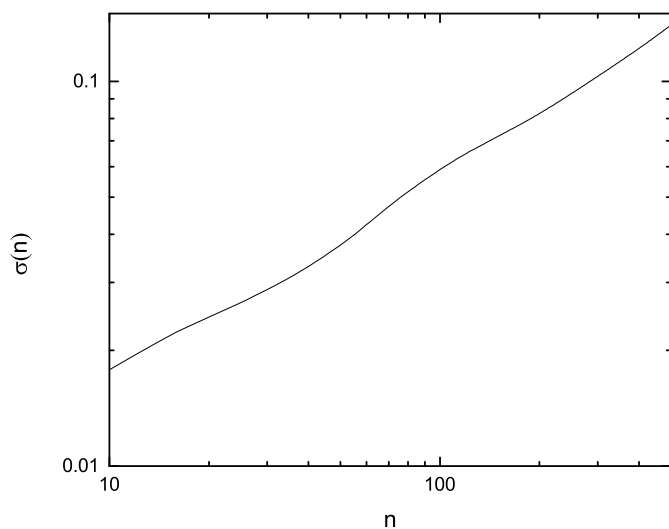


Slika A10: Metoda centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti za vremensku seriju berzanskog indeksa CROBEX.

- **BUX reprezentativni berzanski indeks mađarske ekonomije**

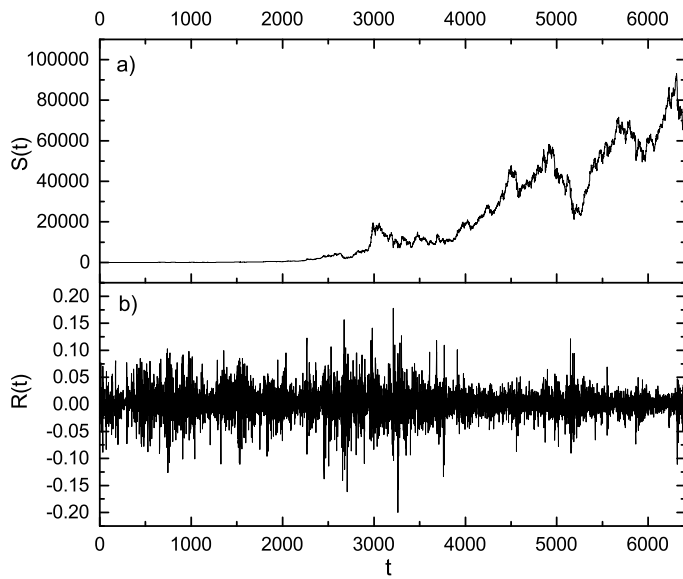


Slika A11: Originalne dnevne vrednosti pri zatvaranju berzanskog indeksa BUX a) i izračunati logaritamski povraćaji (eng. *log-returns*) b) za ispitivani period od 1. aprila 1997. do 22. decembra 2011. (3679 dana).

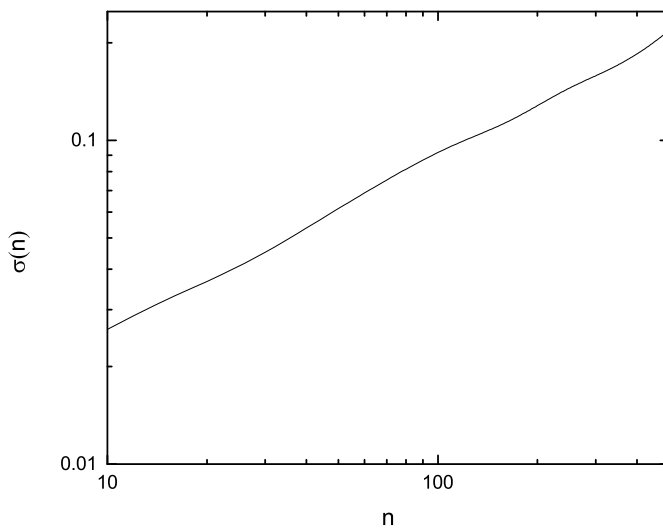


Slika A12: Metoda centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti za vremensku seriju berzanskog indeksa BUX.

• XU 100 reprezentativni berzanski indeks turske ekonomije

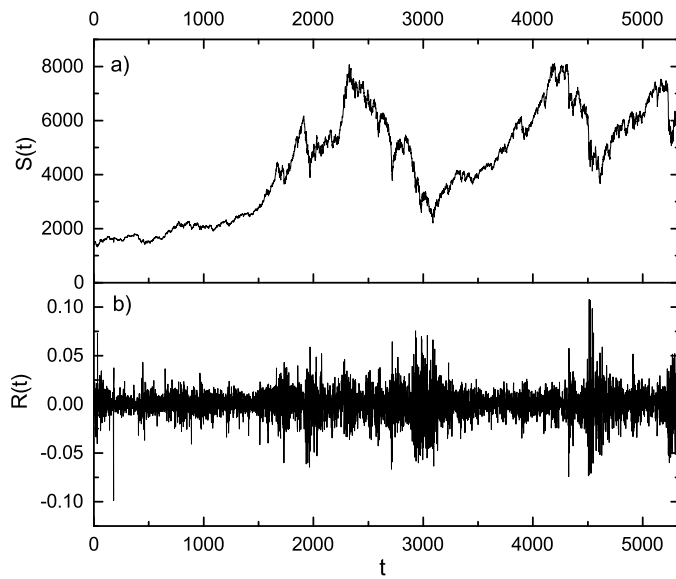


Slika A13: Originalne dnevne vrednosti pri zatvaranju berzanskog indeksa XU 100 a) i izračunati logaritamski povraćaji (eng. *log-returns*) b) za ispitivani period od 4. januara 1988. do 20. oktobra 2013. (6441 dan).

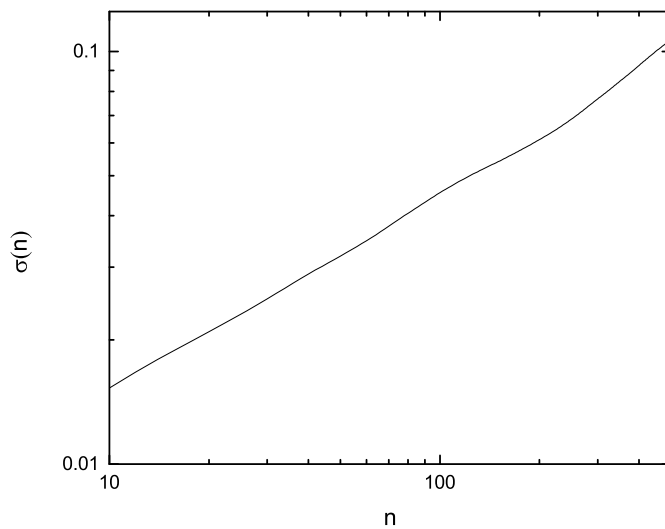


Slika A14: Metoda centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti za vremensku seriju berzanskog indeksa XU 100.

• DAX reprezentativni berzanski indeks nemačke ekonomije

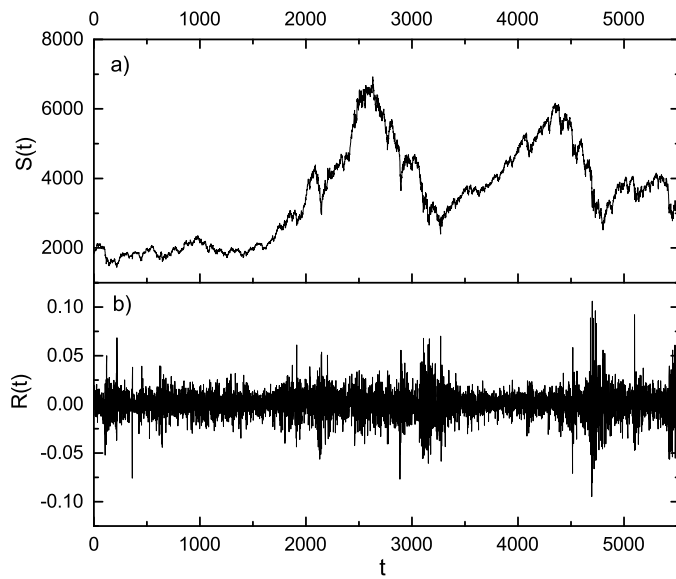


Slika A15: Originalne dnevne vrednosti pri zatvaranju berzanskog indeksa DAX a) i izračunati logaritamski povraćaji (eng. *log-returns*) b) za ispitivani period od 26. novembra 1990. do 30. decembra 2011. (5338 dana).

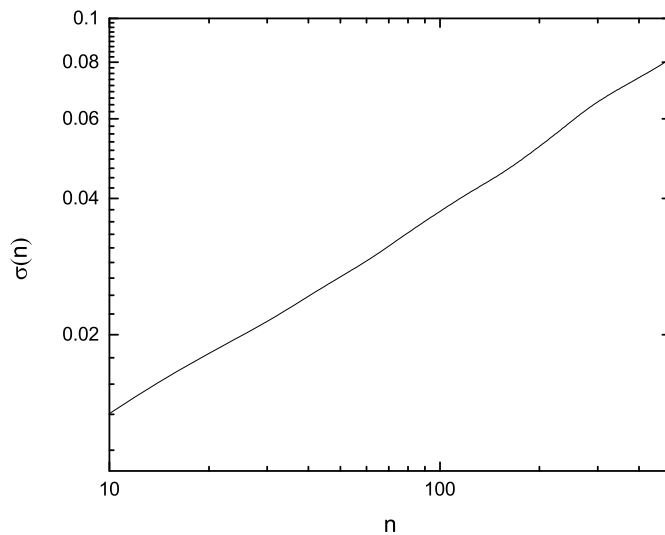


Slika A16: Metoda centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti za vremensku seriju berzanskog indeksa DAX.

- **CAC 40 reprezentativni berzanski indeks francuske ekonomije**



Slika A17: Originalne dnevne vrednosti pri zatvaranju berzanskog indeksa CAC 40 a) i izračunati logaritamski povraćaji (eng. *log-returns*) b) za ispitivani period od 1. marta 1990. do 30. decembra 2011. (5526 dana).



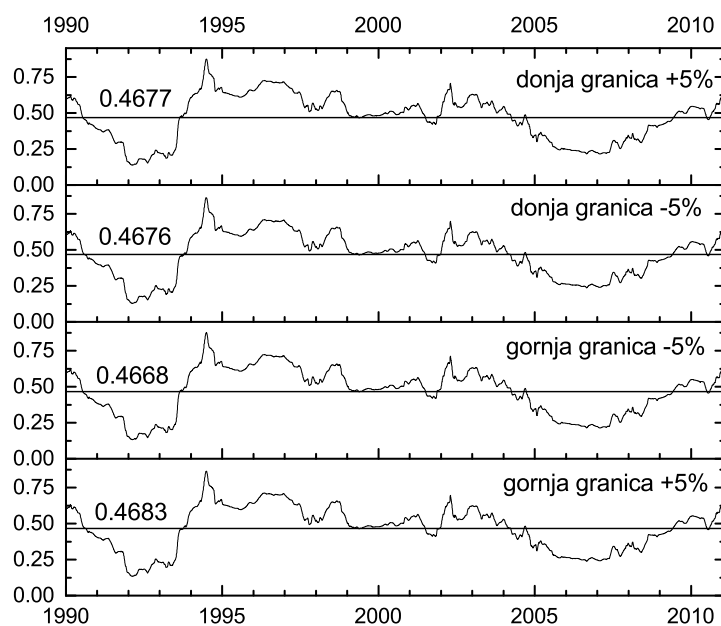
Slika A18: Metoda centrirane detrendovane pokretne srednje vrednosti za vremensku seriju berzanskog indeksa CAC 40.

Prilog B

Određivanje greške tdDMA metode u okviru karakterističnih intervala

Klasične procene greške tdDMA metode kao što je $\sigma / \langle H \rangle$ ([107]), za male veličine prozora nemaju smisla, jer će kod većih prozora vrednosti za lokalne Hurst-ove eksponente imati manju devijaciju, i izgubiće nešto od lokalnosti.

Procena grešaka za indeks razvijenosti uključuje projekcije vektora koje nemaju greške, tako da jedino odakle može greška da dođe je odabir granice karakterističnih intervala koji su korišćeni. Da bi se to procenilo, povećavane ili smanjivane su dužine intervala, tako što su pomerane donje i gornje granice karakterističnih intervala za 5% od dužine intervala. Na Slici B1 se vidi grafički kako to izgleda za 5-ti pik interval vremenske serije DAX berzanskog indeksa. Više primera dato je u Tabeli B1, gde se može videti da su eventualne greške, u nekim slučajevima, i za red veličine manje.



Slika B1: Primer procene greške koja se javlja prilikom odabira karaktersitičnog intervala, pomerajući granice intervala DAX vremenske serije 5-og pika za 5%).

Tabela B1: Primeri procene grešaka koje mogu da se jave prilikom odabira karakterističnih intervala za par reprezentativnih berzanskih indeksa. Sama procena se vrši pomeranjem granice za 5% u odnosu na dužinu početnog intervala, sa obe strane svakog kraja intervala (- označava smanjivanje, dok + označava povećavanje dužine intervala sa navedene strane). Brojevi označavaju pik intervale predstavljene u Tabeli 3.4.

Karakteristični intervali	DAX		BELEX		XU100		CAC40		CROBEX	
	vrednost	greška	vrednost	greška	vrednost	greška	vrednost	greška	vrednost	greška
5	0.46751	-	0.71117	-	0.49096	-	0.47036	-	0.60973	-
5 donja +5%	0.46769	-0.00018	0.70317	0.00800	0.48543	0.00553	0.46764	0.00272	0.60711	0.00262
5 donja -5%	0.46760	-0.00009	0.71995	-0.00878	0.49666	-0.00570	0.47319	-0.00283	0.61175	-0.00202
5 gornja -5%	0.46685	0.00066	0.70245	0.00872	0.48624	0.00472	0.46803	0.00233	0.6091	0.00063
5 gornja +5%	0.46826	-0.00075	0.72000	-0.00883	0.49545	-0.00449	0.47254	-0.00218	0.61034	-0.00061
6	0.55437	-	1.01058	-	0.55510	-	0.52656	-	0.65244	-
6 donja +5%	0.54898	0.00539	1.00140	0.00918	0.55689	-0.00179	0.52561	0.00095	0.6513	0.00114
6 donja -5%	0.55996	-0.00559	1.01856	-0.00798	0.55264	0.00246	0.52736	-0.00080	0.65311	-0.00067
6 gornja -5%	0.55059	0.00378	1.00797	0.00261	0.55767	-0.00257	0.52741	-0.00085	0.65463	-0.00219
6 gornja +5%	0.55763	-0.00326	1.01247	-0.00189	0.55255	0.00255	0.52525	0.00131	0.64976	0.00268
7	0.57507	-	0.89903	-	0.55997	-	0.42534	-	0.52386	-
7 donja +5%	0.57556	-0.00049	0.90693	-0.00790	0.55589	0.00408	0.42815	-0.00281	0.52649	-0.00263
7 donja -5%	0.57499	0.00008	0.89125	0.00778	0.56429	-0.00432	0.42312	0.00222	0.52188	0.00198
7 gornja -5%	0.57413	0.00094	0.90516	-0.00613	0.55622	0.00375	0.42595	-0.00061	0.52479	-0.00093
7 gornja +5%	0.57598	-0.00091	0.89288	0.00615	0.56381	-0.00384	0.42488	0.00046	0.52303	0.00083
8	0.58663	-	0.67842	-	0.69718	-	0.48476	-	0.4977	-
8 donja +5%	0.58694	-0.00031	0.68357	-0.00515	0.69419	0.00299	0.48106	0.00370	0.49855	-0.00085
8 donja -5%	0.58631	0.00032	0.67347	0.00495	0.70005	-0.00287	0.48851	-0.00375	0.49685	0.00085
8 gornja -5%	0.58651	0.00012	0.68197	-0.00355	0.69494	0.00224	0.48116	0.00360	0.4983	-0.00060
8 gornja +5%	0.58688	-0.00025	0.67502	0.00340	0.69933	-0.00215	0.48839	-0.00363	0.49724	0.00046
9	0.55829	-	0.59285	-	0.55020	-	0.67567	-	0.58168	-
9 donja +5%	0.56235	-0.00406	0.59275	0.00010	0.55963	-0.00943	0.67	0.00567	0.57441	0.00727
9 donja -5%	0.55364	0.00465	0.59365	-0.00080	0.54032	0.00988	0.68053	-0.00486	0.58956	-0.00788
9 gornja -5%	0.56145	-0.00316	0.59135	0.00150	0.55987	-0.00967	0.67401	0.00166	0.57672	0.00496
9 gornja +5%	0.55532	0.00297	0.59438	-0.00153	0.54079	0.00941	0.67718	-0.00151	0.58643	-0.00475

Literatura

- [1] Z. Burda, J. Jurkiewicz, and M. A. Nowak. Is Econophysics a Solid Science? *Acta Phys. Pol. B*, 34:87, January 2003.
- [2] E. Chancellor. *Devil Take the Hindmost*. Plume, 2000.
- [3] E. Derman. *My Life as a Quant: Reflections on Physics and Finance*. John Wiley & Sons, New Jersey, 1st edition edition, 2004.
- [4] Mirowski Ph. *More Heat than Light*. Univ. Press, Cambridge, 1992.
- [5] Louis Bachelier. *Jeu de speculation (The Theory of Speculation)*. PhD thesis, University of Paris, 1900.
- [6] M. F. Osborne. *The Stock Market and Finance From the Physicist's Viewpoint*. Crossgar Pr, 1992.
- [7] F. Black and M. Scholes. The pricing of options and corporate liabilities. *J Polit Econ*, 81(3):637–54, 1973.
- [8] P. Wilmott, S. Howison, and J. Dewynne. *The Mathematics of Financial Derivatives: A Student Introduction*. Cambridge University Press, 1995.
- [9] B. Mandelbrot. The variation of certain speculative prices. *J. Bus.*, 36, 1963.
- [10] V. Plerou, P. Gopikrishnan, B. Rosenow, L. A. N Amaral, and Stanley H. E. Econophysics: financial time series from a statistical physics point of view. *Physica A*, 279:443–456, 2000.
- [11] R. N Mantegna and H. E. Stanley. Scaling behaviour in the dynamics of an economic index. *Nature*, 376:46–49, 1995.
- [12] R. N Mantegna and H. E. Stanley. *An Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge, UK, Cambridge University Press, 2000.

- [13] X. Gabaix, P. Gopikrishnan, V. Plerou, and H. E. A Stanley. Theory of power law distributions in financial market fluctuations. *Nature*, 423:267–270, 2003.
- [14] D. Delli Gatti, M. Gallegati, B. Greenwald, A. Russo, and J. E. Stiglitz. Business fluctuations in a creditnetwork economy. *Physica A*, 370:68–74, 2006.
- [15] P. Gopikrishnan, V. Plerou, X. Gabaix, and H. E. Stanley. Statistical properties of share volume traded in financial markets. *Phys. Rev. E*, 62:4493–4496, 2000.
- [16] T. Squartini and D. Garlaschelli. Jan tinbergen’s legacy for economic networks: from the gravity model to quantum statistics. In *Econophysics of Agent-Based Models*, pages 161–186. Springer International Publishing, 2014.
- [17] J-Ph. Bouchaud. An introduction to statistical finance. *Physica A*, 313(1):238 – 251, 2002.
- [18] X. Gabaix. Power laws in economics and finance. *Annu. Rev. Econ.*, 1(1):255–294, 2009.
- [19] T. Lux. Applications of statistical physics in finance and economics. In B. Rosser, editor, *Handbook of Research on Complexity*, pages 213 – 258. Edward Elgar, Cheltenham, 2009.
- [20] J. L. McCauley. Arch and garch models vs. martingale volatility of finance market returns. *Int. Rev. Finan. Anal.*, 18(4):151–153, 2009.
- [21] J.L. McCauley, G.H. Gunaratne, and K.E. Bassler. Martingale option pricing. *Physica A*, 380:351 – 356, 2007.
- [22] M. Potters and J-Ph. Bouchaud. More statistical properties of order books and price impact. *Physica A*, 324(1):133–140, 2003.
- [23] D. Sornette. Physics and financial economics (1776–2014): puzzles, ising and agent-based models. *Rep. Prog. Phys.*, 77(6):062001, 2014.
- [24] M. Gallegati, S. Keen, T. Lux, and P. Ormerod. Worrying trends in econophysics. *Physica A*, 370(1):1–6, 2006.
- [25] J. L. McCauley. *Dynamics of Markets: The New Financial Economics*. Cambridge University Press, 2 edition, 2009.
- [26] J. L. McCauley. Response to “worrying trends in econophysics”. *Physica A*, 371(2):601 – 609, 2006.
- [27] Ph. Ball. Culture crash. *Nature*, 441(7094):686–688, 2006.

- [28] S. N. Durlauf. Complexity and empirical economics. *Econ. J.*, 115(504):F225–F243, 2005.
- [29] S. Keen. Standing on the toes of pygmies:: Why econophysics must be careful of the economic foundations on which it builds. *Physica A*, 324(1):108 – 116, 2003.
- [30] B. D. LeBaron. Stochastic volatility as a simple generator of financial power-laws and long memory. *Quant Financ.*, 2001.
- [31] H.E. Stanley and V. Plerou. Scaling and universality in economics: empirical results and theoretical interpretation. *Quant Financ.*, 1(6):563–567, 2001.
- [32] K. Okuyama, M. Takayasu, and H. Takayasu. Zipf’s law in income distribution of companies. *Physica A*, 269(1):125 – 131, 1999.
- [33] S. Shinohara and Y. P. Gunji. Emergence and collapse of money through reciprocity. *Appl. Math. Comput.*, 117(2):131 – 150, 2001.
- [34] R. Donangelo and K. Sneppen. Self-organization of value and demand. *Physica A*, 276(3):572 – 580, 2000.
- [35] S. V. Buldyrev, N. V. Dokholyan, A. L. Goldberger, S. Havlin, C. k. Peng, H. E. Stanley, and G. M. Viswanathan. Analysis of dna sequences using methods of statistical physics. *Physica A*, 249:430–438, 1998.
- [36] C. k. Peng, S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. Simons, H. E. Stanley, and A. L. Goldberger. Mosaic organization of dna nucleotides. *Phys. Rev. E*, 49:1685–1689, 1994.
- [37] S. Blesić, S. Milošević, Dj. Stratimirović, and M. Ljubisavljević. Detrended fluctuation analysis of time series of a firing fusimotor neuron. *Physica A*, 268:275–282, 1999.
- [38] N. Sapid, R. Karasik, S. Havlin, E. Simon, and J. M. Hausdorff. Detecting scaling in the period dynamics of multimodal signals: application to parkinsonian tremor. *Phys. Rev. E*, 67:031903, 2003.
- [39] J. Alvarez-Ramirez, J. Alvarez, L. Dagdug, E. Rodriguez, and J. C. Echeverria. Long-term memory dynamics of continental and oceanic monthly temperatures in the recent 125 years. *Physica A*, 387:3629–3640, 2008.
- [40] M. J. Keeling, K. T. D. Eames, and J. R. Soc. Networks and epidemic models. *J. R. Soc Interface*, 2:295–307, 2005.
- [41] C. Castellano, S. Fortunato, and V. Loreto. Statistical physics of social dynamics. *Rev. Mod. Phys.*, 81:591–646, 2009.

- [42] C. Fernandez-Oto, M. G. Clerc, D. Escaff, and M. Tlidi. Strong nonlocal coupling stabilizes localized structures: an analysis based on front dynamics. *Phys. Rev. Lett.*, 110:174101, 2013.
- [43] J. Realpe-Gomez, T. Galla, and A. J. McKane. Demographic noise and piecewise deterministic markov processes. *Phys. Rev. E*, 86:011137, 2012.
- [44] H. E. Stanley, V. Afanasyev, L. A. N. Amaral, S. V. Buldyrev, A. L. Goldberger, S. Havlin, H. Leschhorn, P. Maass, R. N. Mantegna, C. k. Peng, P. A. Prince, M. A. Salinger, M. H. R. Stanley, and G. M. Viswanathan. Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from dna and physiology to econophysics. *Physica A*, 224:302–321, 1996.
- [45] M. Ausloos and Ph. Bronlet. Strategy for investments from zipf law (s). *Physica A*, 324:30–37, 2003.
- [46] B. K. Chakrabarti, A. Chakraborti, and A. Chatterjee (Eds.). *Econophysics and Sociophysics: Trends and Perspectives*. Wiley-VCH Verlag, Weinheim, 2006.
- [47] C. Schinckus. Economic uncertainty and econophysics. *Physica A*, 388:4415–4423, 2009.
- [48] A. Chatterjee, S. Yarlagadda, and B.K. Chakrabarti. *Econophysics of Wealth Distributions: Econophys-Kolkata I*. New Economic Windows. Springer Milan, 2005.
- [49] R. Cont. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quant Financ.*, 1:223–236, 2001.
- [50] R. A. Fisher and L. H. C. Tippett. Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample. *Math. Proc. Camb. Philos. Soc.*, 24(2):180–190, 1928.
- [51] B. Gnedenko. Sur la distribution limite du terme maximum d’une serie aleatoire. *Ann. Math.*, 44(3):423–453, 1943.
- [52] J-Ph. Bouchaud, A. Maticz, and M. Potters. Leverage effect in financial markets: The retarded volatility model. *Phys. Rev. Lett.*, 87:228701, Nov 2001.
- [53] A. Turiel and C. J. Pérez-Vicente. Multifractal geometry in stock market time series. *Physica A*, 322(C):629–649, 2003.
- [54] T. Lux. Detecting multifractal properties in asset returns: The failure of the scaling estimator”. *Int J Mod Phys C*, 15(04):481–491, 2004.

- [55] Green, E., Hanan, W., and Heffernan, D. The origins of multifractality in financial time series and the effect of extreme events. *Eur. Phys. J. B*, 87(6):129, 2014.
- [56] Di Matteo T. Multi-scaling in finance. *Quant Financ.*, 7:21–36, 2007.
- [57] J. Barunik, T. Aste, T. Di Matteo, and R. Liu. Understanding the source of multifractality in financial markets. *Physica A*, 391:4234–4251, 2012.
- [58] A. Y. Schumanna and Kantelhardt Jw. Multifractal moving average analysis and test of multifractal model with tuned correlations. *Physica A*, 390:2637–2654, 2011.
- [59] N. Goldenfeld. *Lectures on phase transitions and the renormalization group*. Addison-Wesley, Advanced Book Program, Reading, 1992.
- [60] J-Ph. Bouchaud and M. Potters. *Theory of financial risk and derivative pricing: from statistical physics to risk management*. Cambridge, UK, Cambridge University Press, 2009.
- [61] D. Sornette. *Why Stock Markets Crash: Critical Events in Complex Financial Systems*. Princeton University Press, Princeton, 2004.
- [62] J. Kwapień and S. Drożdż. Physical approach to complex systems. *Phys. Rep.*, 515:115–226, 2012.
- [63] Mandelbrot B. Statistical methodology for nonperiodic cycles: From the covariance to r/s analysis. *Ann. Econ. Soc. Meas.*, 1:259–290, 1972.
- [64] Granger Cwj. The typical spectral shape of an economic variable. *Econometrica*, 34:150–161, 1966.
- [65] T. Preis, D. Y Kenett, H. E Stanley, D. Helbing, and E. Ben-Jacob. Quantifying the behavior of stock correlations under market stress. *Sci. Rep.*, 2:752–756, 2012.
- [66] S. Wen, H. An, Z. Chen, and X. Liu. Driving factors of interactions between the exchange rate market and the commodity market: A wavelet-based complex network perspective. *Physica A*, 479:299–308, 2017.
- [67] Y. Zhang and J. Wang. Nonlinear complexity of random visibility graph and lempel-ziv on multitype range-intensity interacting financial dynamics. *Physica A*, 482:741–756, 2017.
- [68] B. Sabir and M. S. Santhanam. Record statistics of financial time series and geometric random walks. *Phys. Rev. E*, 90(032126), 2014.

- [69] Y. Zhang and P. Shang. Permutation entropy analysis of financial time series based on hill's diversity number. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul*, 53:288–298, 2017.
- [70] Y. Lu and J. Jun Wang. Multivariate multiscale entropy of financial markets. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul*, 52:77–90, 2017.
- [71] L. Kristoufek and Vosvrda M. Herding. minority game, market clearing and efficient markets in a simple spin model framework. *Commun Nonlinear Sci Numer Simul*, 54:148–155, 2018.
- [72] Qian X-y, Liu Y-m, Jiang Z-q, B. Podobnik, Zhou W-x, and H. E. Stanley. Detrended partial cross-correlation analysis of two nonstationary time series influenced by common external forces. *Phys. Rev. E*, 91(062816), 2015.
- [73] H. E. Stanley, L. A. N. Amaral, D. Canning, P. Gopikrishnan, Y. Lee, and Y. Liu. Econophysics: Can physicists contribute to the science of economics? *Physica A*, 269:156–169, 1999.
- [74] R. L. Costa and G. L. Vasconcelos. Long-range correlations and nonstationarity in the brazilian stock market. *Physica A*, 329:231–248, 2003.
- [75] Y. Wang, L. Liu, and R. Gu. Analysis of efficiency for shenzhen stock market based on multifractal detrended fluctuation analysis. *Int. Rev. Financ. Analysis*, 18:271–276, 2009.
- [76] O. Felix Ayadi, J. Williams, and L. M. Hyman. Fractional dynamic behavior in forcados oil price series: An application of detrended fluctuation analysis. *Energy Sustainable Dev*, 13:11–17, 2009.
- [77] S. Rasekhi and M. Shahrazi. Econophysics from theory to application: a case study of iran. *Int. J Economics and Management Eng*, 2:145, 2012.
- [78] D. O. Cajueiro and B. M. Tabak. Ranking efficiency for emerging markets. *Chaos Solitons Fractals*, 22:349–352, 2004.
- [79] C. Eom, S. Choi, G. Oh, and W. s. Jung. Hurst exponent and prediction based on weak-form efficient market hypothesis of stock markets. *Physica A*, 387:4630–4636, 2008.
- [80] E. F. Fama. Efficient capital markets: Ii. *J. Finan*, 46:1575–1617, 1991.
- [81] L. A. N. Amaral, P. Cizeau, P. Gopikrishnan, Y. Liu, M. Meyer, C. k. Peng, and

- H. E. Stanley. Econophysics: can statistical physics contribute to the science of economics? *Comp. Phys Comm.*, 121-122:145–152, 1999.
- [82] T. Di Matteo, T. Aste, and M. M. Dacorogna. Scaling behaviors in differently developed markets. *Physica A*, 324:183–188, 2003.
- [83] P. Manimaran, Prasanta K. Panigrahi, and Jitendra C. Parikh. Wavelet analysis and scaling properties of time series. *Phys. Rev. E*, 72:046120, 2005.
- [84] S. Martin. *Characterization of financial time series*. University College London, London, research note rn/11/01 edition, 2011.
- [85] Ariel Ra. A monthly effect in stock returns. *J Financ Econom*, 18:161–174, 1987.
- [86] M. S. Rozeff and Kinney Jr Wr. Capital market seasonality: The case of stock returns. *J Financ Econom*, 3:379–402, 1976.
- [87] Granger Cwj. The typical spectral shape of an economic variable. *Econometrica*, 34:150–161, 1966.
- [88] E. Rodriguez, M. Aguilar-Cornejo, R. Femat, and J. Alvarez-Ramirez. Us stock market efficiency over weekly, monthly, quarterly and yearly time scales. *Physica A*, 413:554–564, 2014.
- [89] M. Bračič and A. Stefanovska. Wavelet-based analysis of human blood-flow dynamics. *Bull Math Biol*, 60:919–935, 1998.
- [90] A. Carbone, G. Castella, and Stanley He. Time-dependent hurst exponent in financial time series. *Physica A*, 344:267–271, 2004.
- [91] B. D. Fulcher, M. A. Little, and Jones Ns. Highly comparative time-series analysis: the empirical structure of time series and their methods. *J R Soc Interface*, 10(20130):048, 2013.
- [92] J. Morlet, G. Arens, E. Fourgeau, and Giard D. Wave propagation and sampling theory, parts i and ii. *Geophysics*, 47:203–236, 1982.
- [93] L. Aguiar-Conraria and Soares Mj. Business cycle synchronization and the euro: a wavelet analysis. *J Macroeconom*, 33:477–489, 2011.
- [94] F. Lillo and Mantegna Rn. Variety and volatility in financial markets. *Phys. Rev. E*, 62:6126–6134, 2000.
- [95] J. Alvarez-Ramirez, J. Alvarez, E. Rodriguez, and G. Fernandez-Anaya. Time-varying hurst exponent for us stock markets. *Physica A*, 387:6159–6169, 2008.

- [96] D. Sarvan, Dj. Stratimirović, S. Blesić, and V. Miljković. Scaling analysis of time series of daily prices from stock markets of transitional economies in the western balkans. *Eur. Phys. J. B*, 87:297, 2014.
- [97] Dj. Stratimirović, D. Sarvan, V. Miljković, and S. Blesić. Analysis of cyclical behavior in time series of stock market returns. *Commun Nonlinear Sci Numer Simu*, 54:21 – 33, 2018.
- [98] H. E. Hurst. The long-term storage capacity of reservoirs. *T Am. Soc. Civ. Eng.*, 116:770–799, 1951.
- [99] E. Alessio, A. Carbone, G. Castelli, and V. Frappietro. Second-order moving average and scaling of stochastic time series. *Eur Phys. J. B*, 27:197–201, 2002.
- [100] A. Bashan, R. Bartsch, J. W. Kantelhardt, and S. Havlin. Comparison of detrending methods for fluctuation analysis. *Physica A*, 387:5080–5090, 2008.
- [101] Y-H. Shao, G-F. Gu, Z-Q. Jiang, W-X. Zhou, and D. Sornette. Comparing the performance of fa, dfa and dma using different synthetic long-range correlated time series. *Sci. Rep.*, 2:835, 2012.
- [102] C. Torrence and A Compo Gp. Practical guide to wavelet analysis. *Bull Amer Meteor Soc*, 79:61–78, 1998.
- [103] V. Perrier, T. Philipovitch, and C. Basdevant. Wavelet spectra compared to fourier spectra. *J Math Phys*, 199(36):1506–1519.
- [104] P. Goupillaud, A. Grossman, and Morlet J. Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*, 23:85–102, 1984.
- [105] L. Aguiar-Conrariaa, N. Azevedob, and Soares Mj. Using wavelets to decompose the time-frequency effects. *Physica A*, 387:2863–2878, 2008.
- [106] S. Mallat and Hwang Wl. Singularity detection and processing with wavelets. *IEEE Trans Inform Theor*, 38:617–643, 1992.
- [107] A. Carbone, G. Castella, and H. E. Stanley. Time-dependent hurst exponent in financial time series. *Physica A*, 344:267–271, 2004.
- [108] G. Consolini, R. De Marco, and P. De Michelis. Intermittency and multifractional brownian character of geomagnetic time series. *Nonlin Processes Geophys.*, 20:455–466, 2013.
- [109] J. Alvarez-Ramirez, E. Rodriguez, and J. C. Echeverría. Detrending fluctuation analysis based on moving average filtering. *Physica A*, 354:199–219, 2005.

- [110] P. Shang, Y. Lu, and S. Kamae. Detecting long-range correlations of traffic time series with multifractal detrended fluctuation analysis. *Chaos Solitons Fractals*, 36:82–90, 2008.
- [111] R. N. Mantegna and H. E. Stanley. *Introduction to Econophysics: Correlations and Complexity in Finance*. Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [112] C. k. Peng, S. V. Buldyrev, A. L. Goldberger, S. Havlin, M. Simons, and H. E. Stanley. Finite-size effects on long-range correlations: Implications for analyzing dna sequences. *Phys. Rev. E*, 47:3730–3733, 1993.
- [113] Z. Chen, K. Hu, P. Carpena, P. Bernaola-Galvan, H. E. Stanley, and P.Ch. Ivanov. Effect of nonlinear filters on detrended fluctuation analysis. *Phys. Rev. E*, 71:011104, 2005.
- [114] K. Hu, P.Ch. Ivanov, Z. Chen, P. Carpena, and H.E.Stanley. Effect of trends on detrended fluctuation analysis. *Phys. Rev. E*, 64:011114, 2001.
- [115] C. Torrence and G. P. Compo. A practical guide to wavelet analysis. *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79:61–78, 1998.
- [116] A. E. Biondo, A. Pluchino, A. Rapisarda, and D. Helbing. Are random trading strategies more successful than technical ones? *PLoS ONE*, 8:e68344, 2013.
- [117] Y. Ashkenazy, P. Ch. Ivanov, S. Havlin, C-K. Peng, A. L. Goldberger, and H. E. Stanley. Magnitude and sign correlations in heartbeat fluctuations. *Phys. Rev. Lett.*, 86:1900–1903, 2001.
- [118] P. Ch. Ivanov, L. A. Nunes Amaral, A. L. Goldberger, S. Havlin, M. G. Rosenblum, Z. R. Struzik, and H. E. Stanley. Multifractality in human heartbeat dynamics. *Nature*, 399:461–465, 1999.
- [119] P. Ch. Ivanov, L. A. Nunes Amaral, A. L. Goldberger, and H. E. Stanley. Stochastic feedback and the regulation of biological rhythms. *Europhys Lett.*, 43(4):363, 1998.
- [120] A. Bashan, R. Bartsch, J. W. Kantelhardt, and S. Havlin. Comparison of detrending methods for fluctuation analysis. *Physica A*, 387:5080–5090, 2008.
- [121] <http://paos.colorado.edu/research/wavelets/>.
- [122] J. M. Hausdorff and Peng C-k. Multiscaled randomness: A possible source of $1/f$ noise in biology. *Phys. Rev. E*, 54:2154–2157, 1996.

[123] P. Lachowicz. Wavelet analysis: a new significance test for signals dominated by intrinsic red-noise variability. preprint- arxiv.org, 2009.

Biografija

Darko Sarvan je rođen 30.09.1984. godine u Beogradu. Zaposlen je kao asistent na Katedri za opšteobrazovne predmete Fakulteta veterinarske medicine Univerziteta u Beogradu od 2015. godine. Na Fizičkom fakultetu Univerziteta u Beogradu, na Smeru Primenjena fizika i informatika diplomirao je 2011. godine, sa prosečnom ocenom 8.40, i iste godine upisao doktorske akademske studije iz uže naučne oblasti Fizika kondenzovane materije i statistička fizika. Sve ispite na doktorskim studijama položio sa prosečnom ocenom 9.75. Od 2012. godine učestvuje kao istraživač na projektu „Napredne, analitičke, numeričke i metode analize primenjene mehanike fluida i kompleksnih sistema“ (OI 174014) finansiranom od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije. U okviru naučne aktivnosti bavi se analizom u oblasti statističke fizike kompleksnih sistema (sociofizike, ekonofizike, biofizike, atmosferske i nuklearne fizike); naprednim analizama vremenskih serija berzanskih indeksa, metaboličkih procesa ljudskog tela, meteoroloških i atmosferskih parametara; određivanjem karakterističnih skala, autokorelacionih i kroskorelacionih koeficijenata i stepenih zakona u vremenskim serijama; proučavanjem i sintezom kompleksnih mreža; programiranjem naprednih metoda za analizu vremenskih serija; ispitivanjem uticaja meteoroloških parametara na pojavu i širenje bolesti kod životinja; programiranjem Monte Karlo simulacija perkolacionih procesa radi ispitivanja topologije grafena adsorbovanog primesama i provodnih mreža slučajnih otpornika. Bibliografija Darka Sarvana obuhvata 24 publikacije, od kojih je 6 naučnih radova u časopisima sa SCI liste: jedan rad M21a, dva rada M21, jedan rad M22 i dva rada M23 kategorije.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Дарко Сарван

Број индекса Д-11/2011

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Статистичко-механичка анализа еволуције националних тржишта

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 13.05.2019. године

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Дарко Сарван

Број индекса Д-11/2011

Студијски програм Физика кондензованог стања и статистичка физика

Наслов рада Статистичко-механичка анализа еволуције националних тржишта

Ментор доц. др Владимир Миљковић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 13.05.2019. године

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Статистичко-механичка анализа еволуције националних тржишта

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)

2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)

3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)

5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)

6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.

Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 13.05.2019. године

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.